PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 5. 1. März 1913. Redaktionsschluß für No. 6 am 1. März 1913. 14. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

R. W. Wood, Resonanzspektra von Joddampf bei vielfacher Erregung. S. 177.

R. W. Wood, Resonanzversuche mit den längsten Wärmewellen. S. 189.

R. W. Wood, Die selektive Dispersion des Quecksilberdampfes bei der Absorptionslinie 2536. S. 191.

R. Ladenburg, Bemerkungen über das Verhältnis von Emissions- und Absorptionsvermögen leuchtender Gase. S. 195.

E. v. Schweidler, Zur Theorie der Konzentrationsschwankungen in radioaktiven Lösungen. S. 198.

J. Salpeter, Das Reflexionsvermögen eines ionisierten Gases für elektrische Wellen. S. 201.

H. Rohmann, Drehspulgalvanometer mit vergrößerter Empfindlichkeit. S. 203.

M. Laue, Die Transformation der ponderomotorischen Kräfte in der Relativitätstheorie. S. 210.

A. Lechner, Einfache Experimente zur Phygoidentheorie. S. 210.

H. Tetrode, Bemerkungen über den Energieinhalt einatomiger Gase und über die Quantentheorie für Flüssigkeiten. S. 212.

R. J. Strutt, Über die chemisch-aktive Modifikation des Stickstoffs. S. 215.

Besprechungen:

C. Engler, Die Chemie und Physik des Erdöls. II. S. 215.

S. Smith, Sören Hjorth, inventor of the Dynamo-Electric principle. S. 216.

Tagesereignisse. S. 216.

Personalien. S. 216.

Angebote. S. 216.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Resonanzspektra von Joddampf bei vielfacher Erregung.
(Resonance Spectra of Jodine by multiplex excitation.)

Von R. W. Wood.

(Mit Tafel I—III.)

In einer früheren, in dieser Zeitschrift veröffentlichten Arbeit[1]) habe ich die allgemeine Natur der Resonanzspektra von Joddämpfen, die durch das Licht der Quecksilberlampe angeregt werden, beschrieben und dabei insbesondere die bemerkenswerte Umwandlung des einfachen Resonanzspektrums in das komplizierte Bandenspektrum hervorgehoben, das durch Zusammenstöße der Jodmoleküle mit Molekülen von Gasen der Heliumgruppe hervorgerufen wird. Im Verlauf eines sehr ausgedehnten Studiums der Resonanzspektra, mit denen ich mich nach allen möglichen Richtungen in den letzten sieben Jahren beschäftigt habe, bin ich zu dem Schlusse gekommen, daß wir nicht eher einen sehr großen Fortschritt machen können, als nicht eine Methode gefunden wird, die es gestattet, die Wellenlängen des erregenden Lichtes um sehr kleine Beträge zu variieren. In der früheren Arbeit wurden die von einer großen Zahl weit voneinander entfernt liegender Wellenlängen erregten Resonanzspektra studiert, aber aus dem so gesammelten Material konnte kein sehr allgemeiner Schluß über die Natur des molekularen Mechanismus gezogen werden. Während des letzten Winters bin ich in der rechten Richtung einen Schritt vorwärts gekommen und habe einen sehr guten Arbeitsanfang gemacht, wie ich ihn immer als möglich erhofft hatte.

Ich habe dabei einige erstaunliche Resultate erhalten, welche einige Punkte teilweise aufhellen, die ich auf Grund meiner Arbeiten über den Natriumdampf zu erklären nicht in der Lage gewesen war. Ich habe z. B. gefunden, daß das durch die grüne Linie der Cooper-Hewitt-Quecksilberlampe (der im Handel erhältlichen Glasquecksilberlampe) erregte Resonanzspektrum des Joddampfes ganz verschieden ist von dem Resonanzspektrum, das von derselben Linie der Quarzquecksilberbogenlampe (Flammlichtbogen hoher Temperatur) erregt wird; mit anderen Worten, das Resonanzspektrum erfährt tiefgreifende Veränderungen, wenn kleine Änderungen in der Struktur der erregenden Linie auftreten. In allen früheren Arbeiten hatte ich angenommen, daß von den Hunderten von Absorptionslinien nur eine durch die erregende Linie erregt würde, obgleich ich in ein oder zwei Fällen die Hypothese wagte, daß in manchen Fällen die erregende Linie breit genug sein könnte, um zwei Absorptionslinien gleichzeitig anzuregen (vgl. die Arbeit von R. W. Wood u. F. E. Hackett über die Resonanzspektra des Natriums, photographiert mit einem Konkavgitter [Astrophysical Journal **30**, Nr. 5, 1909]).

Die Kompliziertheit des Absorptionsspektrums des Joddampfes ist stark unterschätzt worden. Mit irgendeinem Gitter von mäßigem Auflösungsvermögen scheint es vollständig aufgelöst zu werden, obwohl einige Linien breiter als andere erscheinen. Ich finde jedoch, daß jede Steigerung des Auflösungsvermögens, die ich erreiche, mehr Einzelheiten erkennen läßt. Die ausgearbeiteten Tafeln und Tabellen, die von Zeit zu Zeit publiziert worden

1) Vgl. **12**, 1204 ff., 1911.

sind, sind absolut wertlos. Ich habe das Absorptionsspektrum nur in der Nachbarschaft der Emissionslinien des Quecksilbers, die ich zur Erregung der Resonanzspektra verwandt habe, studiert, aber dieses Studium hat, wie ich es vor vielen Jahren vermutet hatte, bewiesen, daß die Tabellen der Wellenlängen von Spektren dieses Typus keinen größeren Wert haben, als eine sorgfältig ausgearbeitete Tabelle der Gewichte der einzelnen Körner in einem Eimer Sand. Ich habe das höchste Auflösungsvermögen, das jemals für spektrale Zerlegung angewandt wurde, benutzt, und es ist nicht vollständig aufgelöst worden. Als eine Illustration des Wertes, der den Tabellen der Wellenlängen und Tafeln beigemessen werden darf, erwähne ich, daß ich sieben scharfe und deutlich voneinander getrennte Absorptionslinien des Joddampfes innerhalb der grünen Quecksilberlinie, die von der Quarzquecksilberbogenlampe emittiert wird, gefunden habe. Diese Gruppe von sieben Linien wird in Hasselbergs großem Spektralatlas nur als eine einzige Linie dargestellt. In einer gelben Quecksilberlinie wurden vierzehn Absorptionslinien und in einer anderen zwölf gefunden. Wenn wir nun durch eine oder die andere dieser Linien die Resonanzspektra erregen, so entsprechen sieben bis vierzehn verschiedene Frequenzen dem, was wir monochromatische Erregung zu nennen pflegen. Es wird nun auf einmal klar, warum eine kleine Änderung in der Intensitätsverteilung in der erregenden Linie oder in ihrer Struktur das Resonanzspektrum modifizieren kann.

Eine Erregung durch Linien, die breit genug sind, um eine Anzahl benachbarter Frequenzen zu erregen, habe ich demgemäß vielfache Erregung genannt, um sie von der Erregung durch Linien zu unterscheiden, die so schmal sind, daß sie nur eine einzige Absorptionslinie decken. Es ist mir sogar geglückt, die Linienstruktur der erregenden Linie durch Anwendung von Strahlenfiltern, die aus ihr gewisse Frequenzen zurückhalten, zu modifizieren: zum Beispiel, läßt man das grüne Licht des Quecksilberbogens durch Bromdampf gehen, bevor es in den Joddampf gelangt, so können wir eine Änderung des von der grünen Quecksilberlinie erregten Resonanzspektrums hervorrufen. Die auf diese Weise hervorgerufenen Änderungen sind sehr interessant, und man kann ohne Zweifel dieselbe Methode auch auf das Studium der Resonanzspektra des Natriumdampfes anwenden, indem man das Licht durch Jod- oder Bromdampf filtriert, bevor die ausgewählte Linie den Natriumdampf erregt.

In meinem früheren Aufsatz gab ich der Vermutung Ausdruck, daß man durch das Studium der Resonanzspektra des Joddampfes viel mehr lernen könnte, als dies beim Natrium der Fall ist, da der erstere viel leichter zu behandeln ist. Diese Vermutung hat sich in weitem Umfang bestätigt, und ich habe die Untersuchungsmethode so vereinfacht, daß ich mir jetzt mit einer Expositionsdauer von 10 Minuten eine bessere Photographie des Resonanzspektrums verschaffen kann, als es bei den ersten Experimenten, die ich im Winter 1910 in Berlin in Gemeinschaft mit Dr. Franck ausführte, bei einer Expositionsdauer von 24 Stunden möglich war. Ich werde zunächst die mit meinem großen Dreiprismenspektrograph photographierten Resonanzspektra im ganzen behandeln und dann zu dem interessanten Thema übergehen, wie die Struktur der Resonanzlinien selbst durch die Struktur der erregenden Linie bedingt ist. Dieser Teil der Arbeit ist mit Hilfe eines Konkavgitters ausgeführt worden. Das Studium der Jodabsorption für die Frequenzen, die in das von den erregenden Linien infolge ihrer endlichen Breite bedeckte Spektralbereich fallen, wurde zuerst mit einem ebenen Gitter von 6 Zoll im Quadrat in dem Spektrum vierter Ordnung in Verbindung mit einem Spektrometer von weit über zwei Meter Brennweite und in der Folge mittels eines Spektrographen von 40 Fuß, der in meinem East-Hampton-Laboratorium im August des laufenden Jahres aufgestellt worden war, ausgeführt.

Apparate und Methode.

Bisher hatte ich nur den Quecksilberbogen für die Erregung des Dampfes benutzt, denn ich hatte gefunden, daß man mit dieser Lichtquelle allein eine genügende Verschiedenheit erhalten kann, um ein sehr vollständiges Studium der Entstehung der Resonanzspektra zu ermöglichen. Er hat übrigens den Vorzug vor den meisten andern monochromatischen Lichtquellen, daß er außerordentlich hell ist und sich für fast unbegrenzt lange Zeit unverändert erhalten läßt. Ich habe zwei verschiedene Lampentypen verwandt: eine gewöhnlich im Handel vorkommende Cooper-Hewitt-Lampe, die in einer langen Glasröhre bei verhältnismäßig niedriger Temperatur brennt, und eine sehr kräftige Westinghouse-Cooper-Hewitt-Lampe (Quarz), wie sie für die Sterilisation von Wasser im großen angewandt wird. Diese Lampe ist von einer beinahe unerträglichen Helligkeit und um vieles kräftiger als die kleinen Heraeuslampen, mit denen ich früher gearbeitet habe. Ich habe sie schon beinahe 2000 Stunden in Tätigkeit gehabt, und sie ist, soweit ich sehen kann, noch in derselben Verfassung wie zuerst. Sie arbeitet bei 220 Volt

und verbraucht, wenn man sie in Tätigkeit setzt, zuerst 7 Ampere, dann sinkt während der ersten 10 Minuten Brennzeit der Strom allmählich und wird bei ungefähr 3,5 Ampere stationär, wobei die Lampe dann rotglühend ist. Ich hatte meine Lampe so aufgestellt, daß sie, wenn notwendig, auch end-on verwandt werden könnte, was sich bei einer anderen Untersuchung, mit der ich beschäftigt war, als vorteilhaft erwies. Die Lampe ist in einem großen Holzkasten montiert, der mit einer Anzahl von Öffnungen versehen ist, so daß zwei oder drei Untersuchungen gleichzeitig mit ihr ausgeführt werden können. An einer dieser Öffnungen wird der große Lampenkondensor von 25 cm Durchmesser angebracht, welcher in der Achse der Röhre, die den Joddampf enthält, ein Bild des Quecksilberlichtbogens entwirft. Ich finde es vorteilhafter, diese Röhren weit größer als die zuerst angewandten zu machen. Ich mache sie jetzt ungefähr 40 cm lang und 4—5 cm im Durchmesser, wobei das eine Ende in einen Kolben von 4 cm Durchmesser ausgeblasen ist. Es ist wichtig, diesen Kolben so klar und streifenfrei wie möglich zu machen und vor allem in der Mitte keinen Glastropfen zu haben. Dies kann dadurch erreicht werden, daß man die Röhre seitlich auszieht und sie beim Blasen anfangs verschließt. Das andere Ende der Röhre ist auf einen Durchmesser von ungefähr 5 mm ausgezogen, und es ist eine dickwandige Verengung in der Nähe der großen Röhre angebracht, um sie nach der Evakuation zuzuschmelzen. Bevor die Verengung gemacht wird, werden ein paar kleine Jodkristalle in die Röhre gebracht, und diese alsdann mit einer Gaede- oder anderen Quecksilberluftpumpe verbunden und kräftig evakuiert. Ich nahm gewöhnlich für 10 Minuten die Gaedepumpe in Gebrauch, da bei niederen Drucken das Gas sehr langsam durch die Kapillare geht. Die Röhre wird natürlich end-on gebraucht, da der Joddampf in der Achse der Röhre, wo das Bild des horizontalen Quecksilberbogens fokussiert ist, stark leuchtet. Die Intensität kann weiter mittels eines Streifens von Spiegelglas, der in der Nähe der Wand des Rohres angebracht wird und die Strahlen wieder durch den Dampf hindurch zurückreflektiert, vermehrt werden. In einigen Fällen habe ich auch die äußere Oberfläche des Jodrohres entlang der Seite, die der Eintrittsseite der Lichtstrahlen gegenüber liegt, versilbert. Dies wirkt wie ein konkaver, zylindrischer Reflektor und vereinigt die Strahlen wieder rückwärts im Zentrum des Rohres. Falls man den Dampf mit dem Licht der Cooper-Hewitt-Lampe in Glas erregen will, kann man dasselbe Rohr benutzen, indem man es seitwärts zu der Lampe und so nahe wie möglich an dieser montiert, ohne irgendeine Linse anzuwenden. Die Gesamtmasse des Joddampfes in dem Rohre wird leuchtend, obwohl die wirksame Intensität viel kleiner, vielleicht nur den dritten Teil so groß als bei der Quarzlampe ist. Den Spiegel wird man natürlich auch in diesem Falle anwenden.

Das Jodrohr wurde nun dicht an den Spalt des Spektrographen gebracht, der wegen der großen Gestalt des Lichtfleckes keine Linse enthielt. Die Resonanzspektra wurden mit einem Prismenspektrographen, der mit drei sehr großen Flintglasprismen (12 cm hoch) und einer Cookeschen Porträtlinse von ungefähr 1 m Brennweite versehen war, photographiert. Höhere Dispersion erhielt ich, indem ich die Spektra mit einem Konkavgitter von 2 m Krümmungsradius, das pro Zoll 15000 Linien enthielt und ein sehr helles Spektrum erster Ordnung ergab, photographierte. Das Absorptionsspektrum wurde visuell in dem Spektrum vierter Ordnung eines ebenen Gitters von 6 Zoll mit dem großen, vorher erwähnten Spektrometer studiert. Das Auflösungsvermögen betrug 300000 und das Gitter trennte leicht Linien, die sich nur um 0,03 Ångströmeinheiten unterschieden. Mit diesem Gitter wurden auch Photographien angefertigt, aber diese zeigten infolge geringer Erschütterungen, die in Baltimore niemals, selbst nicht spät in der Nacht, gänzlich fehlen, nicht so viel feine Details, wie visuell beobachtet und mit dem Okularmikrometer gemessen werden konnten. Die feinen Gruppen von Absorptionslinien des Jods, die in das von der grünen und den zwei gelben Emissionslinien des Quecksilberbogens bedeckte Bereich fallen, wurden zuerst beobachtet und mit einem großen Stufengitter studiert, aber die folgende Untersuchung mit dem großen ebenen Gitter zeigte, daß die Resultate, die ich mit dem Stufengitter erhalten hatte, infolge der Überlagerung verschiedener Ordnungen falsch gedeutet worden waren, und sie werden nicht weiter diskutiert werden, da es sofort klar ist, daß ein ebenes Gitter von 6 Zoll im Spektrum vierter Ordnung ein gleiches Auflösungsvermögen, schärfere Definition und Resultate, über deren Interpretation kein Zweifel herrschen konnte, ergab. In jedem Falle wurde das Spektrum einer Neonröhre auf dieselbe Platte über das Resonanzspektrum photographiert, wobei die Länge des Spaltes übrigens verkleinert wurde, um die Identifizierung sicher zu bewerkstelligen. In manchen Fällen wurde ein Eisenbogen auf der Platte abgebildet, der ebenso gut wie die Neonröhre war, nur weniger Linien im Grünen gab, während er sehr reich an Linien im Gelb, Orange und Rot ist. In dem Falle der Gitterphotographien wurde das Vergleichs-

spektrum nicht dem Resonanzspektrum überlagert, sondern es wurde die gewöhnliche Methode eines rotierenden Schlitzes angewandt.

Der 40-Fuß-Spektrograph.

Die Untersuchung der Trabanten, die die Resonanzlinien begleiten, und die Änderung in ihrer Lage und Intensität, die von Änderungen der Intensitätsverteilung in der erregenden Linie herrühren, machen ein sorgfältiges photographisches Studium des Absorptionsspektrums des Joddampfes und des Emissionsspektrums der Quecksilberlampe sehr wünschenswert. Ich verfertigte demgemäß während des letzten Sommers einen Spektrographen mit ebenem Gitter von 12,5 m Fokuslänge. Da dieser Spektrograph vielleicht mit Ausnahme des 10-Zoll-Gitter-Apparats von Prof. Michelson der größte und kräftigste der Welt ist, so möchte wohl eine Beschreibung seiner Herstellung und Aufstellung von Interesse sein. Das Gitter ist ein ebenes, dessen Striche von Dr. Anderson mit der 15000-Strich-Maschine gezogen wurden, und die Photographien, die ich damit von dem Absorptionsspektrum des Jods angefertigt habe, zeigen, daß es sein volles theoretisches Auflösungsvermögen von 300000 in der vierten Ordnung liefert, welche letztere noch hell genug ist, um eine vollkommen exponierte Photographie des Sonnenspektrums bei sehr engem Spalt in drei Minuten zu liefern, wenn man eine Linse von 12,5 m Brennweite anwendet. Mein Laboratorium in East Hampton ist in einer alten, sehr geräumigen Scheune, und, da Temperaturdifferenzen und Luftschlieren besser vermieden werden können, wenn man den Apparat in einem geschlossenen Raume aufstellt, so montierte ich zuerst den Apparat in dem Gebäude. Ich fand aber bald, daß Erschütterungen des Hauses, die wohl durch den Wind und wahrscheinlich auch durch die abwechselnde Ausdehnung und Kontraktion des Gebälkes infolge der wechselnden Sonnenstellung verursacht waren, es sehr erschwerten, brauchbare Photographien zu erhalten, wiewohl ich gelegentlich doch das volle Auflösungsvermögen erreichte. Ich entschloß mich daher endlich, das Instrument ganz unabhängig von dem Gebäude aufzustellen, indem ich das Gitter und die Linse auf einen gußeisernen Pfeiler außerhalb des Gebäudes und den Schlitz und die Kassette auf einen ähnlichen Pfeiler setzte, der dicht an der Wand im Innern meines Dunkelraums in den Erdboden eingemauert war. Da ich mir keine Linse anschaffen wollte, ohne die Anordnung unter den in East Hampton herrschenden Verhältnissen ausprobiert zu haben (ich hatte nämlich einige Furcht vor den Bodenerschütterungen, die von der Brandung an der $^1/_4$ Meile entfernten Küste hätten verursacht sein können), so borgte ich mir dank der Liebenswürdigkeit von Prof. Campbell und der Mitglieder der Universität von Kalifornien eine sehr schöne sechszöllige achromatische Linse mit einer Brennweite von 40 Fuß. Den Pfeiler, welcher das Gitter und die Linse tragen sollte, improvisierte ich aus zwei 6 Zoll dicken Wasserrohren, die durch den letzten Winterfrost leicht beschädigt und deswegen leicht erhältlich waren. Die Verbindungsstücke der beiden Röhren wurden zusammengefügt und so wie bei ihrer gewöhnlichen Verwendung verschraubt. Das so entstandene Rohr wurde etwa 6 Fuß tief in den Erdboden eingesenkt, und ein dreieckiger Messingfuß aus meinem alten Materialvorrat, der ursprünglich als ausrangiertes Untergestell eines großen Reflexionsteleskops gedient hatte, wurde an ein gebogenes Stück Schmiedeeisen angeschraubt, das seinerseits an dem oberen Flansch des Wasserrohrs befestigt war. Die Linsenfassung war mit Justierschrauben in der üblichen Art an dem Messingdreieck befestigt. Das Gitter war mit einem Kreis verbunden, der von einem außer Dienst gesetzten Spektrometer genommen war, und der durch ein Triebwerk gedreht wurde. Ein schrägstehendes Zahnrad, einem ausrangierten Handgetriebe entnommen, diente als Antrieb, wobei das kleine Zahnrad durch ein langes Gestänge, das aus vier langen, billigen, mit Messing überzogenen eisernen Gardinenstangen zusammengesetzt war, gedreht werden konnte. Dieses Gestänge ging durch die Wand der Scheune hindurch und endigte dicht neben der Kassette und dem Schlitz in einem Rade. Wenn mit diesem Apparat photographiert wurde, so wurde das hölzerne Gestell, auf welchem das Gestänge ruhte, beiseite geschoben, so daß das große und kleine Zahnrad nicht mehr ineinander eingriffen; dadurch wurde dann die Übertragung der Erschütterungen vom Gitterhaus und der langen Holzröhre auf den Gitterträger verhindert. Das Holzrohr, durch welches das Licht von dem Schlitz aus zu der Linse und dem Gitter und wieder zurück zur Platte oder Okular ging, wurde von Pfosten getragen und war überdacht, um es vor den Wärmewirkungen der Sonne zu schützen. Die Kassette und der Schlitz standen auf einem kürzeren Stück des Wasserrohrs, das durch den Fußboden des Laboratoriums ohne Berührung mit demselben ging. Die Kamera bestand aus zwei Holzkisten, von denen die eine in die andere gleiten konnte (zum Einstellen der Brennweite) und war mit dem Ende des langen Rohrs durch schwarzes Tuch verbunden, das zwar das Licht abhält, aber die Erschütterungen nicht überträgt. Das lange Rohr wurde hergestellt,

indem man 8 Zoll breite Bretter zusammennagelte und war an der Innenseite schwarz angestrichen. Einige Störungen wurden durch Spinnen verursacht, die hier und dort an den verschiedensten Orten in dem Rohre ihre Gewebe spannen, eine Schwierigkeit, die ich dadurch überwand, daß ich unsere Katze durch das Rohr laufen ließ und danach die Spinnen mit giftigen Rauchgasen vernichtete.

Das Gitterhaus war mit doppelten Wänden erbaut und außen mit Schindeln bedeckt. Die Schindeln waren auf die Holzplatten derart genagelt, daß sie zwischen sich und dem Dach einen Luftraum freiließen. Der Eisenpfosten war gegen den Wind durch einen Holzverschlag geschützt, der um ihn herumgebaut war, und der von dem Erdboden bis zu dem 7 Zoll großen Loch in dem Fußboden des Gitterhauses, durch das der Pfosten ohne Kontakt hindurchging, reichte.

Ich habe diese Details der Konstruktion erwähnt, um zu zeigen, daß man auch einen etwas komplizierteren Apparat mit geringen Mitteln zusammenbauen kann, ohne große Anschaffungen von Gußsachen und Maschinenarbeit zu machen. Photographien des ganzen Aufbaus und des Endes des Pfostens nebst Gitter, Linse, bevor sie unter Dach und Fach waren, sind auf Tafel III reproduziert.

Die Apparatur hat sich in jeder Weise als ausreichend gezeigt, und als einzige Störung erwiesen sich die Winde, die gegen das lange Rohr bliesen, und die Luftschlieren. Letzere gaben keine Erschütterungen bei Nacht, und erstere sind an ruhigen Tagen praktisch Null, aber an windigen Tagen mit starkem Sonnenschein verschlechtern sie die Messungen etwas. Der Rest der Ausrüstung, die ich für die Arbeit brauchte, bestand aus einem Heliostaten, um mit Sonnenlicht arbeiten zu können und einem Cooper-Hewitt-Quecksilbergleichrichter, welcher 3,5 Ampere bei 220 Volt lieferte, um die Quecksilberlampe zu betreiben. Während das Spektroskop an Auflösungsvermögen den leistungsfähigsten Stufengittern und planparallelen Platten nicht gleichkommt, bin ich der Ansicht, daß die Vollkommenheit des Gitters, der Umstand, daß es in der vierten Ordnung sehr hell ist, sowie die lange Brennweite der Linse es hinter keinem anderen, ein kontinuierliches Spektrum liefernden Apparat der Welt zurückbleiben läßt. Im Absorptionsspektrum des Broms waren Linien, die nur durch einen Abstand von 0,022 einer Angströmeinheit getrennt waren, deutlich auf den Photographien zu unterscheiden, während das theoretische Auflösungsvermögen 0,018 Angströmeinheiten beträgt.

Das Absorptionsspektrum.

Das Absorptionsspektrum des Joddampfes wird von einer großen Anzahl von geriefelten Banden gebildet und ähnelt in seiner allgemeinen Erscheinung dem kannelierten Absorptionsspektrum des Natriumdampfes; denn in beiden Fällen sind die Banden an dem langwelligen Ende in ihrem Aussehen ganz regulär, während sie an dem kurzwelligen Ende mehr oder weniger undeutlich werden. Wie ich bereits erwähnt habe, ist die Zahl der Absorptionslinien, die in ihrer Gesamtheit das Bandenspektrum des Jods bilden, stark unterschätzt worden.

Von einem Heliostaten wurde Sonnenlicht durch einen großen evakuierten Kolben, der ein paar kleine Jodkristalle enthielt, geschickt und auf den Spalt des Kollimators fokussiert. Mit dem großen Spektrographen betrachtet, bot nun das Absorptionsspektrum einen ganz wundervollen Anblick dar, indem nahezu das ganze sichtbare Spektrum mit Tausenden von Linien angefüllt war. Wie bereits erwähnt, fand ich sieben scharfe und prachtvoll aufgelöste Linien in der grünen Emissionslinie des Quecksilbers. Die totale Breite der Linie war 0,4 Angströmeinheiten, und wir haben an dieser Stelle achtzehn Linien innerhalb einer Angströmeinheit oder ungefähr 36000 Linien im ganzen. Es gab übrigens Gruppen, die viel enger zusammengedrängte Linien als diese sieben oben erwähnten enthielten, und die durch das Gitter noch nicht aufgelöst waren, und ebenso machten zahlreiche dunkle Banden unzweifelhaft den Eindruck unaufgelöster Linien. Diese Umstände in Verbindung mit der Tatsache, daß die Linien im Rot, Orange und Gelb viel dichter zusammengedrängt sind, geben mir die Gewißheit, daß es in diesem bemerkenswerten Absorptionsspektrum über 50000 Linien gibt. Die Wellenlängen der sieben Linien, die in der grünen Quecksilberlinie (emittiert von der Quarzquecksilberlampe) beobachtet wurden, wurden im Hinblick auf die Wellenlängen der Komponenten der Quecksilberlinie, die man bei einem Bogen niederer Temperatur sieht, sehr sorgfältig mit einem Okularmikrometer gemessen. Die Resultate sind:

Die Absorptionslinien des Jods, die von der grünen Quecksilberlinie erregt wurden:

5460,966	Angströmeinheiten
5460,910	„
5460,873	„
5460,768	„
5460,716	„
5460,640	„
5460,579	„

Wie man sofort sieht, müßten die Resonanzspektren mit gleich hohem Auflösungsvermögen

studiert werden, aber dies kommt infolge ihrer relativ viel größeren Lichtschwäche in keiner Weise in Frage. Ich habe übrigens ausgezeichnete Photographien mit einem Konkavgitter von 6 Fuß Krümmungsradius erhalten und hoffe diese noch im Herbst zu verbessern.

Die Untersuchung des Absorptionsspektrums mittels der höchst möglichen Dispersion ist im Zusammenhang mit der endlichen Breite der Linien, die durch die Geschwindigkeiten der Moleküle in der Gesichtslinie verursacht wird, von Interesse.

Sie sind am besten ausgebildet, wenn der Joddampf in einem sehr hohen Vakuum sich befindet. Bei Anwesenheit von Luft, selbst bei ziemlich niedrigen Drucken verlieren die Linien an Schärfe und eventuell wird sogar eine der feineren verwischt.

Ein Teil des Absorptionsspektrums — 8 Ångströmeinheiten breit — ist auf Tafel II, Spektrum *W*, gemeinsam mit dem korrespondierenden Teil des Spektrums aus Hasselbergs Tafeln, auf dieselbe Länge vergrößert, reproduziert. Die drei breiten Linien auf meiner Photographie sind Sonnenlinien, welche auf Hasselbergs Tafel unmittelbar über seinem Spektrum sichtbar sind. Hasselbergs Spektrum ist mit der Hand nach der Tabelle seiner Messungen, die er an mittels eines Gitters von geringem Auflösungsvermögen angefertigten Photographien gemacht hat, gezeichnet, und die Zeichnung ist dann durch Vergleich mit den Photographien verifiziert worden. Ein Vergleich beider Spektra zeigt, daß die Linien in Hasselbergs Spektrum im ganzen keine andere Bedeutung haben, als daß sie roh die Lage einiger Liniengruppen anzeigen. Ein Studium dieser beiden Bilder kann nur bei Astronomen dem Gedanken Nahrung geben, an dem Problem der Marskanäle zu arbeiten.

Die Gruppe von sieben Linien, welche in den Bereich der grünen Quecksilberlinie fallen, ist angeklammert, und wenn man sich daran erinnert, daß der ganze Teil des abgebildeten Spektrums einen Spektralbereich umfaßt, der nicht viel größer ist als der Abstand der D-Linien des Natriums, so wird die fabelhafte Komplexität dieser Absorptionsspektra augenscheinlich.

Ich habe auch das Absorptionsspektrum des Natriumdampfes mit dieser sehr kräftigen Anordnung untersucht und gefunden, daß es in gleicher Weise kompliziert ist, und daß die Entfernung zwischen den einzelnen Linien ungefähr dieselbe wie beim Joddampf ist. Übrigens enthält der Natriumdampf nur eine einzige schwache Linie innerhalb der grünen Quecksilberlinie, und da diese nur dann sichtbar wird, wenn der Dampf eine beträchtliche Dichte besitzt, so ist der Quecksilberbogen unfähig, bei diesem Dampf eine beträchtliche Fluoreszenz zu erregen.

Das Absorptionsspektrum des Broms ist auf derselben Tafel (Spektrum V) gemeinsam mit dem des Jods abgebildet. Eine nähere Beschreibung desselben werde ich geben, wenn ich zu der Anwendung des Bromdampfes als Strahlenfilter, um die Intensitätsverteilung in der grünen Quecksilberlinie zu modifizieren, komme, und im Moment will ich nur die Aufmerksamkeit auf den recht interessanten Umstand richten, daß in den beiden Spektren eine große Zahl von Linien koinzidieren. Aus einem oberflächlichen Studium der Originalplatte mit einem Mikroskop schwacher Vergrößerung (die reproduzierten Photographien sind dreifach vergrößert) schloß ich, daß mehr Koinzidenzen vorhanden sind, als den Gesetzen des Zufalls nach resultieren können, eine Frage, die ohne Zweifel durch die Untersuchung eines größeren Spektralbereiches und einer Zählung des Prozentsatzes der Koinzidenzen in bekannten Wellenlängenbereichen der Spektren bei verschiedenen absoluten Beträgen der Wellenlängen entschieden werden kann. Ich glaube, daß möglicherweise in den beiden Elementen identische Elektronensysteme existieren, die die Entstehung ähnlicher Frequenzen in beiden Molekülen hervorrufen. Mit der Durcharbeitung dieses Punktes bin ich zurzeit beschäftigt.

Es mag noch erwähnt werden, daß das Absorptionsspektrum des Jods bei Beobachtung mit Sonnenlicht dem Sonnenspektrum selbst zur Prüfung großer Gitter weit überlegen ist.

Die Resonanzspektra.

Wie ich in früheren Mitteilungen gezeigt habe, besteht das Resonanzspektrum des Joddampfes, der durch das Licht des Quecksilberbogens zum Leuchten gebracht wird, aus drei übereinander geschichteten Serien von nahezu äquidistanten Linien, von denen die eine durch die grüne, die andern beiden durch die gelben Linien erregt werden. Ich bin dann dazu übergegangen, die erstere von den beiden letzteren auszusondern, indem ich zwischen die Quecksilberlampe und das Jodrohr passend absorbierende Schirme brachte und bei der Diskussion der Resultate werde ich die Serien getrennt behandeln.

Wenn wir die Resonanzspektra mit einem Spektrographen von sehr hoher Dispersion photographieren, finden wir, daß die Linien, die die von der grünen Quecksilberlinie erregte Serie bilden, in Wahrheit enge Dubletts sind, begleitet von schwachen Trabanten, die übrigens nur auf vollkommen exponierten Platten erscheinen.

Unter Vernachlässigung dieser Trabanten werden wir im Moment nur die Dublettserien betrachten. Das Gebiet dieser Serien ist gegen die frühere Untersuchung etwas erweitert worden und besteht jetzt aus 25 Gliedern (alle doppelt), von denen zwei fehlen. Einige andere sind sehr schwach. Man findet auch, daß gewisse Linien, die in den Resonanzspektren des Natriumdampfes fehlen, und diese Besonderheit des Fehlens bestimmter Linien ist wahrscheinlich für alle Resonanzspektra charakteristisch. Dunoyer hat die Annahme ausgesprochen, daß jede Linie in den Serien durch eine spezielle Anordnung eines Aggregats von zwei oder mehr Natriumatomen oder eines Aggregats von Atomen von Natrium und anderer Gasreste in der Röhre entsteht, und daß die fehlenden Linien unstabilen oder nicht existenzfähigen Aggregaten entsprechen. Dies ist eine interessante Hypothese, und wir werden sofort an die Gleichgewichtsfiguren erinnert, die von schwimmenden Magneten gebildet werden, und von denen einige sehr unstabil sind, andere aber nicht unter allen Bedingungen existieren können.

Mein erster Gedanke beim Anblick der Dublettserien war der, daß durch die grüne Linie ein eng zusammenliegendes Paar von Absorptionslinien erregt würde, und daß die Verteilung der Linien in den beiden so entstandenen Serien sich nur wenig unterscheidet, da die beiden Linien auf dieselbe Ursache zurückzuführen sind. Dies würde uns übrigens eine Reihe von Dubletts mit konstant wachsendem Zwischenraum geben, während die beobachteten Unterschiede sehr näherungsweise konstant sind. Das Gesetz, das den Abstand des Dubletts beherrscht, ist nicht dasselbe, wie das, welches bei dem Resonanzspektrum des Natriums gilt, bei dem ich gefunden habe, daß die Linien in nahezu gleichen Abständen auf ein Normalspektrum verteilt sind. Dadurch werden die Wellenlängendifferenzen konstant, doch ist das Gesetz keineswegs streng erfüllt, und die Übereinstimmung wird noch schlechter, wenn man die Differenzen der Schwingungszahlen betrachtet.

Beim Jod wächst die Entfernung zwischen den Linien stetig, wenn wir in das Gebiet der längeren Wellenlängen gehen, aber, wenn wir die Frequenzen oder, was auf dasselbe herauskommt, die reziproken Wellenlängen betrachten, so finden wir, daß die Frequenzdifferenzen näherungsweise konstant sind. Sie sind es indessen nicht ganz genau, und es ist wohl möglich, daß die Abweichungen das Resultat kleiner Störungen, die die Periode modifizieren, sein könnten.

Die Wellenlängen wurden nach den auf Wratten- und Wainwrightfilms mit einem Konkavgitter von 15000 Linien pro Zoll und einem Krümmungsradius von 6 Fuß angefertigten Photographien bestimmt. Die Wellenlängen, auf die sie bezogen sind, sind die neuesten Werte, die für die Neonlinien von Priest vom Bureau of Standards angegeben sind (Interferometerbestimmungen). In der folgenden Tabelle habe ich die Wellenlängendifferenzen, die reziproken Werte der Wellenlängen (Frequenzen) und die Frequenzdifferenzen angegeben. Die ersten 6 Linien (mit einem Stern versehen) wurden aus Photographien, die mit dem Drei-Prismen-Spektrographen gemacht wurden, bestimmt, da ich von ihnen noch keine Aufzeichnung mit dem Gitter erhalten habe. Die Werte können meiner Ansicht nach bis auf zwei oder drei Zehntel einer Ångströmeinheit als richtig angesehen werden und stellen die Lage der Zentren der Dubletts vor; denn der Prismenspektrograph löste sie nur einfach auf. Die ersten Glieder der Dubletts habe ich dazu benutzt, die Wellenlängendifferenzen, Frequenzen usw. zu berechnen.

Dublettserien, die von der grünen *Hg*-Linie (Cooper-Hewitt-Lampe) erregt werden.

	Differenzen	Frequenzen	Frequenz-differenzen
7005.5*		142850	
	91		
6900.5*		144730	1880
	88.5		
6821.0*		146610	1880
	88.6		
6732.4*		148540	1930
	87.4		
6645.0*		150490	1950
	84.3		
6560.7*		152420	1930
	82.2		
6558.4			
fehlt			1960
6396.30		156340	
	79.66		1970
6394.3			
6316.64		158310	
	79.05		2010
6314.4		160320	
6237.59			2000
	76.92		
6235.7		162320	
6160.67			
6158.8			
fehlt	74.94		2025
6010.79		166370	
	72.85		2040
6009.1			
5937.94		168410	
	72.06		2070
5935.0		170480	
5865.88			2050
	69.77		
5864.8		172530	
5796.11			2090
	69.28		
5794.6		174620	
5726.83			2090
	67.86		
5725.3		176710	
5658.97			2113
	66.90		
5657.4		178823	
5592.07			2107
	65.17		
5589.8		180930	
5526.90			2195
	66.16		
5525.2		183125	
5460.74 (*Hg*)			2158
	63.31	185283	
5397.13			
5342.63			
	59.50	187350	2067
5337.63			

Die letzten beiden Linien bilden ein breites Dublett und sind sehr schwach. Sie waren nur auf einer Platte sichtbar, und ich bin über ihre Einordnung in die Serien im Zweifel. Ich habe in diesem Fall bei der Berechnung das zweite Glied benutzt, da sich dies den Serien besser anpaßt.

Die Linie 5397 ist kein Dublett, und ich kann auch bei der Linie 5460,7 kein Anzeichen finden, daß sie ein Dublett ist, wiewohl sie von schwachen Trabanten, ähnlich allen anderen Doppellinien, wie wir gesehen haben, begleitet ist. Ich wandte große Vorsicht an, um dem vorzubeugen, daß irgendwelches diffuse Licht von dem Quecksilberbogen her in das Spektroskop gelangt, aber es ist doch möglich, daß diese Linie tatsächlich von dem Joddampf als Dublett emittiert wird, und daß der Zwischenraum zwischen den Komponenten durch abgeirrtes Licht von dem Bogen her erfüllt wird, was der Fall sein würde, wenn das Dublett symmetrisch zu der grünen Quecksilberlinie liegt. Wie es nach der Tabelle scheint, wachsen die Frequenzdifferenzen von einem Ende des Spektrums zum andern ein wenig.

Die mit dem Konkavgitter aufgenommenen Photographien des ganzen Resonanzspektrums wurden mit einem sehr feinen Spalt gemacht und waren selbst bei einer Expositionszeit von 24 Stunden nicht völlig exponiert. Die Linien waren schön scharf und ausgezeichnet zum Ausmessen geeignet, aber sie waren selten kräftig genug, um eine Reproduktion zu vertragen. Ein Teil des Spektrums war übrigens auf einer isochromatischen Platte aufgenommen, die im Gelb viel empfindlicher ist, und diese Platte ist auf Tafel I, Platte 2 F, reproduziert. Die Linien sind auf dieser Figur ziemlich breit, und die schwächeren Trabanten des Dubletts kommen auch gut zum Vorschein, was sofort diskutiert werden soll. Spektrum *G* war von Dampf, der durch das Licht des Quarzquecksilberbogens erregt war, entworfen, während *F* mit der Glas-Cooper-Hewitt-Lampe erhalten ist. Man findet die Resonanzspektra in mancher Hinsicht gänzlich verschieden. Auf Platte 1 (Taf. I) sind die Resonanzspektra dargestellt, die mittels des großen Prismenspektrographen photographiert sind. Alle diese Spektra, mit Ausnahme von *A* sind als Negative reproduziert, da die Linien so viel besser herauskommen. Auf dieser Platte befinden sich in *A* und *B* die Spektra, die von der Cooper-Hewitt-Lampe erregt sind, in *C* die von der Westinghouse-Quarzlampe, in *D* das von der allein wirkenden grünen Linie (Quarzlampe) erregte Resonanzspektrum und in *E* das von den beiden gelben Linien, falls sie allein wirken, erregte Spektrum. Spektrum *D* ist die Serie von Dubletts, die wir soeben diskutiert haben, obwohl sie auf den reproduzierten Platten nicht aufgelöst ist.

Wir werden jetzt die Serie, die von den beiden gelben Linien erregt wird, betrachten. Die stärker brechbare der beiden gelben Linien erregt eine Dublettserie, wenn wir den Cooper-Hewitt-Bogen verwenden. Dies kann man in Spektrum *B* sehen. Wenn der Quarzbogen verwandt wird (Spektrum *C*), finden wir an Stelle der Dubletts Tripletts, bei denen die mittlere Komponente sehr kräftig ist, und nur die beiden äußeren schwach sind. Dies schreiben wir dem Umstand zu, daß wir in den beiden Fällen eine verschiedene Intensitätsverteilung in den erregenden Quecksilberlinien haben. Die in der folgenden Tabelle aufgeführten Wellenlängen sind mittels der mit der Cooper-Hewitt-Lampe angefertigten Platten bestimmt. Die gesternten Werte stammen von Platten, die mit dem Prismenspektrograph aufgenommen wurden.

Die von den beiden gelben Quecksilberlinien erregte Serie:

Wellenlänge	Differenzen	Wellenlänge	Differenzen
6547 *		6659,2	
6540,2 *	75	6578,0	81,2
6472 *		6571,7	
6466,4 *	78,6	6487,5	80,5
6388,4 *		6481,0	
6384 *	82	6406,0	81,5
6306,5 *		6404,2	
6299,5 *	82	6327,8	78,2
6224,53		6324,6	
6219,84	77,2	6342,93	84,9
6147,30		6240,24	
6143	77	6163,62	80
fehlt		6153,40	
5993,28		6092 *	77
5988,21	74,4	6086,5 *	
5918,90		6083 *	76,5
5914,02	72,5	6010 *	79
5846,36		5931,24	
5841,29	76,7	5865	66,2
5769,60 (*Hg*)		5790,66 (*Hg*)	74,3

Die Wellenlängendifferenzen sind nicht so regelmäßig wie bei der von der grünen Linie erregten Serie, und es hat keinen Zweck, in diesem Falle die reziproken Werte oder die Frequenzen zu berechnen.

Die Abstände zwischen den Komponenten des Dubletts, das von der brechbareren der beiden gelben Linien erregt wird, variiert von 4,5 bis 7 Ångströmeinheiten, was an sich schon anzeigt, daß die Serienverteilung nicht gleichförmig sein kann.

Die von der gelben Linie mit größerer Wellenlänge erregte Reihe ist noch ungesetzmäßiger. Einige Linien sind einzeln, einige doppelt, und eine ist dreifach.

Struktur der Linien bei hohem Auflösungsvermögen. Vielfache Erregung.

Wenn wir mit hohem Auflösungsvermögen die Reihe der durch die grüne Quecksilberlinie erregten Dubletts untersuchen, so finden wir eine bemerkenswert komplizierte Struktur, welche aus dem Umstand hervorzugehen scheint, daß wir es mit vielfacher Erregung zu tun haben. Die Spektra wurden mit einem Konkavgitter von 6 Fuß Radius, das mit 15000 Linien pro Zoll versehen war, photographiert. Das Jodrohr wurde durch die Cooper-Hewitt-Lampe erregt, und einen Teil der auf diesem Wege erhaltenen Photographien findet man auf Tafel I, Fig. 2, Spektrum *F* dargestellt. Dasselbe Gebiet, von der Quarzlampe erregt, findet man unmittelbar darunter (Spektrum *G*). Es ist ganz offensichtlich, daß die Linienkomponenten, die das Dublett begleiten, in beiden Fällen ganz verschieden sind. Übrigens findet man in der letzteren Photographie, daß die Dubletts nach dem Gebiet der kürzeren Wellenlängen hin im Vergleich mit den Linien des von der Cooper-Hewitt-Lampe erregten Spektrums verschoben sind. Die Differenz zwischen den beiden Spektra ist deutlich durch die in folgender Figur dargestellte Zeichnung herausgebracht, welche sehr sorgfältig nach den mittels sehr engen Spalt erhaltenen Photographien, die sich zur Reproduktion nicht eignen, angefertigt ist. Die Komponente des Dubletts,

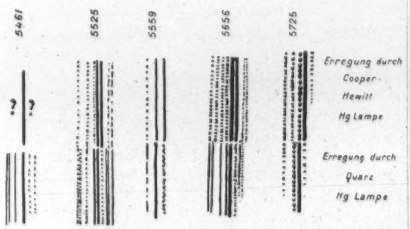


Fig. 1.

welches die längere Wellenlänge im Falle der Erregung mit der Quarzlampe besitzt, fällt mit der Komponente der kürzeren Wellenlänge in der mit der Cooper-Hewitt-Lampe hergestellten Photographie, in der wir übrigens eine schwache Linie genau in Koinzidenz mit der anderen Komponente des Dubletts finden, zusammen. Übrigens noch bemerkenswerter ist das Fehlen der Koinzidenz bei einigen der schwächeren Linien. Die Linie mit der Wellenlänge 5460 ist von schwächeren Trabanten begleitet, die in derselben Weise wie die Trabanten, die das Dublett begleiten, verteilt sind, die Hauptlinie selbst aber ist nicht doppelt.

Wenn wir die Gruppen bei 5460, 5525 und 5658 im Spektrum *G* vergleichen, wird man durch die bemerkenswerte Ähnlichkeit untereinander und die Ähnlichkeit in der Anordnung der Linien in den Gruppen und der Anordnung der Absorptionslinien des Jods, die in dem von der grünen Quecksilberlinie bedeckten Gebiet (Spektrum *O*) liegen, überrascht. Die Resonanzgruppen sind übrigens in weit größerem Maßstabe dargestellt als die Absorptionslinien des Jods. Die Vergrößerung ist über dreimal so groß. Dies tritt am auffallendsten in den Spektren *K* und *L* hervor, die Vergrößerungen der Gruppen bei 5526 bzw. 5658 darstellen. Die Breite der Quecksilberlinie 5461, innerhalb der alle Absorptionslinien, die dieser Erregung entsprechen, liegen, ist in demselben Maßstab bei *M* abgebildet. Bildlich gesprochen können wir sagen, daß der Joddampf beinahe so wie ein Spektroskop von hohem Auflösungsvermögen wirkt, indem eine außerordentlich enge Gruppe von Absorptionslinien ähnliche Gruppen, die in regulären Intervallen über das Spektrum verteilt sind, in viel größerem Maßstab hervorbringt.

Wir stehen nun einer großen Schwierigkeit gegenüber; denn die Gruppen sind in keiner Hinsicht miteinander oder mit den Gruppen der Absorptionslinien streng identisch, und wir müssen, wenn möglich, zu der Frage übergehen, welche Linien in der Resonanzgruppe hängen mit den Linien in der Absorptionsgruppe zusammen oder sind von ihnen erregt? Ich habe für die Lösung dieser Frage einen Anfang gemacht, indem ich bestimmte Frequenzen aus der grünen Quecksilberlinie dadurch entfernte, daß ich das Licht des Bogens, bevor es in das Jodrohr gelangte, durch Bromdampf gehen ließ. Einige von den Bromlinien koinzidieren ziemlich genau mit den Jodlinien, und diese können alsdann keine Erregung bewirken, da die notwendigen Frequenzen durch das Bromfilter entfernt worden sind. Ein selektives Filter in dem von einer einzelnen Emissionslinie eingenommenen Spektralbereich anzuwenden, schien zuerst ein sehr umfangreiches Unterfangen, aber der Plan wurde vollkommen ausführbar gefunden, und man erhielt sehr befriedigende Photographien.

Der Umstand, daß die Trabanten der Linien (wenn man sie so nennen will), die die Resonanzdubletts begleiten, ein wenig verschieden verteilt sind, je nachdem wir die grüne Linie der Cooper-Hewitt-Lampe oder der Quarzlampe anwenden, gibt uns eine andere Methode der

Analyse an die Hand. Bis jetzt habe ich nur die Trabanten, die sich um vier der Resonanzlinien gruppieren, photographiert, und der Umstand, daß das allgemeine Aussehen dieser Liniengruppen uns an ein stark vergrößertes Bild der Gruppe der Absorptionslinien, die in die grüne Quecksilberlinie fallen, erinnert, brachte mich zuerst auf die Vermutung, daß jede Linie in einer Resonanzgruppe von der Erregung einer bestimmten Absorptionslinie herrührt. Ich glaube übrigens nicht mehr, daß dies der Fall ist, und bis dieser Gegenstand weiter studiert ist, dürfte es schwer sein, genau die Entstehungsweise der Gruppen anzugeben.

Ein Studium der grünen Quecksilberlinie im Vergleich mit den Absorptionsspektren des Joddampfes in dem gleichen Bereich, indem man sie hintereinander bei verschiedenen Temperaturen mit der Quecksilberlampe untersucht, wirft indessen etwas Licht auf diesen Gegenstand, und hat am klarsten die Richtlinien vorgezeichnet, nach denen die Arbeit in Zukunft fortgesetzt werden muß.

Wir wenden uns einer Gruppe von 7 Absorptionslinien des Jods zu, welche wir aus Bequemlichkeit als zwei Dubletts und ein Triplett auffassen und mit den Zahlen 1 2 3 4 5 6 7 bezeichnen, wobei wir bei dem kurzwelligen Ende mit der Zählung beginnen (erstes Dublett). Wenn der Quecksilberbogen bei einer niederen Temperatur brennt, wie dies bei der Cooper-Hewitt-Lampe der Fall ist, so halbiert die helle Mittelkomponente der grünen Linie meistens genau das zweite Dublett (Linien 3 und 4). Es ist augenscheinlich, daß unter diesen Umständen eine der Absorptionslinien von einer ein wenig größeren Frequenz als ihre eigene erregt ist, und die andere von einer ein wenig kleineren. Das Licht, welches ohne Änderung der Wellenlänge zurückemittiert wird (Resonanzstrahlung), gibt uns eine einzelne Linie, so weit ich wenigstens imstande gewesen bin, dies bei der verhältnismäßig geringen Dispersion, die zur Untersuchung des Resonanzspektrums angewandt war, zu finden. Der 40-Fuß-Spektrograph würde sie wahrscheinlich doppelt zeigen. Übrigens sind die Linien des Resonanzspektrums doppelt, und die Komponenten jedes Dubletts sind durch einen ungefähr 30mal so großen Abstand getrennt, als der Abstand zwischen den Absorptionslinien beträgt. Diese Vergrößerung des Dubletts tritt nur im Falle von Licht, das mit wechselnder Wellenlänge emittiert wird, auf und nicht bei der primären Linie. Als Arbeitshypothese können wir es der Erregung durch eine zwischen den Frequenzen der Absorptionslinien liegende Frequenz zuschreiben und können unsere Hypothese prüfen, indem wir die Frequenz der erregenden Linie ein wenig ändern, so daß sie sich der einen oder der anderen der beiden Absorptionslinien nähert; es ist dies in keiner Weise unmöglich auszuführen, da die Entfernung zwischen den Absorptionslinien nur $^1/_{120}$ der Entfernung zwischen den D-Linien des Natriums beträgt, und eine sehr kleine Änderung im Druck des Quecksilberdampfes die erforderliche Lagenänderung der Emissionslinie geben würde. Wenn der Joddampf durch die Quarzlampe erregt wird, so erhalten wir im Resonanzspektrum immer scharf definierte Linien, ungeachtet des Umstandes, daß in diesem Falle die grüne Quecksilberlinie sich in ein stetiges Lichtband verbreitert hat, das vollständig die Gruppe der Absorptionslinien mit Ausnahme des Punktes in der Mitte zwischen den Linien 3 und 4 bedeckt, wo die grüne Linie durch Selbstumkehr geschwächt ist.

Dies läßt es zweifelhaft erscheinen, ob die eben angenommene Hypothese korrekt ist. Es wird notwendig sein, den Joddampf mit der unter verschiedenen Bedingungen hinsichtlich Strom und Temperatur brennenden Quecksilberlampe zu erregen, bevor man irgendeine bestimmte Meinung vertreten kann. Daß diese Untersuchungsmethode sicherlich eine sehr fruchtbare ist, wird durch das Spektrum N, Tafel I, Fig. 2, klar gemacht, auf welcher man das Aussehen der grünen Quecksilberlinie bei verschiedenen Temperaturen der Lampe und im Zusammenhang damit die Absorptionslinien des Jods sieht. Es ist dies eine Zeichnung. Spektrum O derselben Tafel ist eine Photographie der grünen Emissionslinie der Quarzlampe kurz nach der Zündung, in Verbindung mit derselben Linie der Lampe bei hohen Temperaturen, wenn das Licht den Joddampf passiert. Man sieht, daß unter diesen Bedingungen praktisch alles Licht der Linie in der Mittelkomponente lokalisiert ist, welche die Absorptionslinien 3 und 4 halbiert. Man bemerkt übrigens, daß der Schwerpunkt der Linie etwas mehr auf 3 zu liegt, während bei der Cooper-Hewitt-Lampe, die mit ungefähr 3 Amp. bei niederer Temperatur brennt, die grüne Linie genau die Absorptionslinien halbiert, wie dies durch die Photographie S, Tafel II, gezeigt wird (oberes Spektrum die grüne Linie, unteres Spektrum die Jodabsorption). Die grüne Linie des Cooper-Hewitt-Bogens, bei gerader Durchsicht, wird zusammen mit den Jodabsorptionslinien im Spektrum P, Tafel II, gezeigt. In diesem Falle sind die Trabanten von enormer Intensität im Vergleich zu der hellen Mittelkomponente, die durch Selbstabsorption geschwächt ist. Die Quarzlampe verbraucht, wenn sie zündet, ungefähr 8 Amp., und der Dampf ist zweifellos dichter als in der Cooper-Hewitt-Lampe. Dies

verursacht eine scheinbare, kleine sichtbare Verschiebung des Schwerpunktes der Linie nach dem Gebiet der kürzeren Wellenlängen zu, veranlaßt durch die Helle der schwachen Komponenten, welche dicht an der Hauptlinie auf dieser Seite liegen. Die grüne Linie der Quarzlampe bei niederen Temperaturen sieht man gemeinsam mit derselben Linie bei hoher Temperatur im Spektrum *Q*, Tafel II, und die Linie hoher Temperatur gemeinsam mit Absorptionslinien des Jods im Spektrum *T*. Spektrum *U* zeigt die Linien bei mittlerer Temperatur zusammen mit den Absorptionslinien. Diese Photographien sind sämtlich mit dem 40-Fuß-Spektrographen im Spektrum vierter Ordnung angefertigt. Kehren wir jetzt zu dem Diagramm *N*, Tafel I, Fig. 2, zurück, so sehen wir, daß die erregende Linie eine Veränderung in der Intensitätsverteilung je nach Temperatur- und Stromverbrauch der Lampe erfährt. Bei mittleren Temperaturen finden wir zwei dunkle Linien in den verbreiterten Emissionslinien (neben den des letzten Diagramms *N*). Die linke von diesen folgt, wie ich meine, aus der Umkehr der zentralen Komponente, und bleibt bestehen, wenn die Temperatur steigt, wie wir in dem unteren Diagramm zeigen. Die rechte ist der dunkle Zwischenraum zwischen der Hauptlinie und der ersten Komponente rechts, und diese verschwindet allmählich bei steigender Temperatur. Offenbar kann man viel lernen, wenn man sich Photographien der Resonanzspektra mit Joddampf, der durch die Linien unter allen diesen verschiedenen Bedingungen erregt ist, verschafft. Im Moment haben wir nur die Resonanzspektra, die von der Cooper-Hewitt-Lampe einerseits und der Quarzlampe bei hohen Temperaturen andererseits erregt sind, zur Verfügung. Die Änderung im Aussehen der 4 Gruppen von Resonanzlinien wird in Fig. 1 gezeigt, die nach den Originalnegativen, die zur Darstellung der Spektren *F* und *G*, Tafel I, Fig. 2, angewandt wurden, gezeichnet ist. Am meisten verwunderlich ist dabei der Umstand, daß die starken Dubletts im Falle der Erregung durch den Bogen hoher Temperatur gegen das Violett hin verschoben werden. Es ist dies nicht eine tatsächliche Verschiebung, sondern mehr eine Änderung in der Intensitätsverteilung der Linien, die die Gruppe bilden. Hinzugefügt sei noch, daß gewisse Linien in einem Falle erscheinen, die im anderen Falle fehlen. Dies ist speziell bemerkbar in der Gruppe bei 5725, in welcher die zweiten Linien auf der linken Seite deutlich gegeneinander verschoben sind. Ich bin der Meinung, daß die Verschiebung gegen das violette Ende in dem Gebiet der maximalen Intensität in jeder Gruppe aus der Verbreiterung der grünen Linie in derselben Richtung resultiert, aber es ist unmöglich, die Linien in den Gruppen bestimmten Absorptionslinien zuzuordnen, ohne daß man sich Photographien für Fälle verschafft hat, wo die erregende Linie unter ganz verschiedenen Bedingungen steht. Sehr wahrscheinlich ruft die Erregung einer einzelnen Linie von schwächeren Trabanten begleitete Resonanzlinien hervor. Die primäre Linie bei 5461 ist von solchen Trabanten begleitet, ist aber selbst einfach, wie ich bereits ausgeführt habe. Weiter können wir, indem wir die Temperatur der Lampe variieren, ihr Licht durch Brom oder irgendwelche anderen Dämpfe, die in ihrem Absorptionsspektrum feine Linien besitzen, schicken, und so das Aussehen der Emissionslinien verändern. Dies ist auch bereits ausgeführt worden. Das Licht des Quarzbogens wurde durch einen großen Kondensor konvergent gemacht, und ging durch eine große kugelförmige Flasche, die eine kleine Menge Brom im Vakuum enthielt. Die Luft wurde entfernt, indem man das Brom vermittels Gemisches aus festem CO_2 und Äther an den Gefäßwänden kondensierte, und das Gefäß rasch mit einer Gaedepumpe evakuierte. Der Zweck der Bromfiltration war, die rechte Komponente des Tripletts, das zur Linken des kräftigen Dubletts bei 5525 und 5660 liegt, zu entfernen. (Siehe die kleinen Einschnitte unter *G*.) Dasselbe Triplett wurde links von der primären Linie in dem Resonanzspektrum (5461) gefunden, und die Bromfiltration schwächte in diesem Falle also auch das rechte Glied.

Ich habe das Absorptionsspektrum des Broms gemeinsam mit dem des Jods mit dem 40-Fuß-Spektrographen photographiert. Man sieht die beiden im Spektrum *V*, Tafel II, aufgenommen mittels Sonnenlicht, und im Spektrum *R*, aufgenommen mit der grünen Linie des Quarzbogens. Es scheint mir wahrscheinlich, daß die Linie, die aus jeder Resonanzgruppe durch die Bromfiltration des erregenden Lichtes entfernt ist, sich aus einer der Absorptionslinien 2, 6 oder 7 ergibt, da diese drei mit Absorptionslinien des Broms koinzidieren. Wir finden übrigens, daß die beiden äußeren Komponenten des Tripletts in den von der Cooper-Hewitt-Lampe erregten Resonanzgruppen erscheinen, obwohl diese praktisch keine Energie an der Stelle der Jodabsorptionslinie 2 besitzt, während die Jodabsorptionslinie 7 mit der rechten Komponente der Quecksilberlinie koinzidiert (siehe *P*, Tafel II). Ich vermute sodann, daß diese Linie für das rechte Glied des Tripletts, das durch die vorläufige Bromfiltration der grünen Linie beseitigt ist, verantwortlich ist. Weitere Experimente sind natürlich notwendig, bevor wir in

allem über diese Punkte aufgeklärt sein werden, und ich habe nur zu analysieren versucht, in welcher Richtung es möglich ist, weiter zu arbeiten. Der Effekt des Bromfilters wird durch die kleinen Photographien der Gruppen 5525 und 5660, die dem Spektrum *G* hinzugefügt sind, gezeigt.

Umwandlung des Resonanz- in das Bandenspektrum durch Gase der Heliumgruppe.

Die bemerkenswerte Umwandlung des Resonanzspektrums in das Bandenspektrum, die auftritt, wenn der Joddampf in Helium bei einem Druck von ein paar Millimetern sich befindet, habe ich weiter studiert, und habe mir einige Photographien verschafft, die denen in meiner ersten Arbeit publizierten weit überlegen sind. Diese sind auf Tafel I, Fig. 2, zu sehen. Spektrum *H* ist ein Teil des Resonanzspektrums zwischen der grünen Quecksilberlinie zur Linken und den beiden gelben Linien zur rechten, falls der Joddampf sich in einem hohen Vakuum befindet. Spektrum *I* zeigt den Effekt, wenn man Helium von 2 mm Druck einführt, und Spektrum *J* den Effekt von Helium bei 10 mm Druck. Die anderen Gase der Heliumgruppe verhalten sich in derselben Weise, und ich habe jüngst gefunden, daß das Bandenspektrum auch durch die Anwesenheit von Luft bei einem oder zwei Millimetern deutlich gemacht werden kann, obwohl die Intensität der Fluoreszenz enorm geschwächt und lange Expositionsdauer erforderlich ist. Es ist meine Absicht, diese Seite des Gegenstandes im Winter 1912/13 zu untersuchen. Eins meiner Rohre, das ursprünglich hoch evakuiert war und nur das Resonanzspektrum zeigte, zeigte nach langem Gebrauch Spuren des Bandenspektrums. Ich habe alsdann einige Röhren, die nur Joddampf, d. h. keine festen Kristalle enthalten, vorbereitet, um zu sehen, ob verlängerte Beleuchtung eventuell den Dampf zersetzt. Es ist natürlich eine sehr heikle Sache, über das Resültat solcher Experimente Vermutungen auszusprechen, und genügende Daten habe ich noch nicht zur Hand, um ihre Diskussion wertvoll zu machen.

Zerstörung der Fluoreszenz durch die Temperatur.

Ich erinnere daran, daß ich früher gefunden habe, daß die Fluoreszenz von Quecksilberdampf zerstört wird, wenn man die Temperatur der Quarzgefäße mit einer Gebläselampe erhöht. Dasselbe gilt für Jod, das übrigens seine Leuchtkraft bei einer so niedrigen Temperatur verliert, daß man diesen Effekt mit einer Röhre aus weichem Glas, die man mit einer Bunsenflamme erwärmt, zeigen kann.

Es gibt noch eine immense Summe von Arbeiten mit Joddampf, und wenn wir irgend etwas über diese enorm komplizierten Absorptionsspektren lernen wollen, so muß meiner Ansicht nach der Gegenstand in der Richtung angegriffen werden, die ich in dieser Arbeit angedeutet habe. Diese neue Arbeit wirft neues Licht auf einige der mit Natriumdampf gefundenen Resultate, die jetzt mit Vorteil nachgeprüft werden können. In jedem Falle wird es wesentlich sein, die erregende Linie im Zusammenhang mit dem Absorptionsspektrum an demselben Punkte mit einem Auflösungsvermögen von ungefähr 300 000 zu studieren. Zur Fortsetzung dieser Arbeit habe ich die Absicht, die erregende Linie mit einem Stufen- oder großen Gitter in ihrer gesamten Ausdehnung zu beobachten. Auch wird ein Versuch gemacht werden, die Quecksilberlampe in ein magnetisches Feld zu bringen.

Ein Studium der Trabanten, die die Resonanzlinien, die von den beiden gelben Quecksilberlinien erregt werden, begleiten, ist jedoch nicht ausgeführt worden. Wie ja auch schon erwähnt wurde, ist der Charakter der Resonanzlinien ganz verschieden, je nachdem wir die Cooper-Hewitt-Lampe anwenden oder eine Quarzlampe hoher Temperatur. Es wird nötig sein, die Resonanzspektra mit dem Gitter zu photographieren, wobei das erregende Licht erst noch durch ein Eosinfilter geht, damit die grüne Linie beseitigt wird, da die durch die gelbe Linie 5790 erregten Serien sehr nahe mit den durch die grüne Linie erregten zusammenfallen. Ich habe bereits die Absorption des Joddampfs unter Verwendung von Licht der Quarzquecksilberlampe mit dem 40-Fuß-Spektrographen unter dieser Annahme untersucht. Im Zusammenhang mit diesem Spektrum habe ich auch das Emissionsspektrum der Cooper-Hewitt-Lampe und auch das Absorptionsspektrum des Natriums photographiert, um zu untersuchen, ob die Anwendung von Natriumdampf als Strahlenfilter praktisch ist. Auf Tafel II Spektrum *X* findet man das Absorptionsspektrum von Natrium und Jod innerhalb der Quecksilberlinie 5769 (Quarzlampe), wobei das Jodspektrum in der Mitte liegt. 14 Absorptionslinien des Natriums sieht man in der verbreiterten gelben Quecksilberlinie, und es ist klar, daß die Benutzung dieses Dampfes als Strahlenfilter geeignet ist, eine tiefe Wirkung auf die Resonanzspektra auszuüben. Spektrum *Y* auf derselben Tafel ist die Quecksilberlinie 5790, zwei starke und drei schwächere Linien, mit einer einzigen Doppellinie ein wenig weiter nach dem kurz-

welligen Ende zu. Es ist wahrscheinlich, daß dieses Paar für manche Diskrepanz in den Beobachtungen, die über diese Linie mit Stufengittern und Interferenzplatten gemacht sind, verantwortlich ist. Ob es bereits jemals aufgezeichnet wurde oder nicht, weiß ich nicht, da mir die Literatur im Moment nicht zugänglich ist. Die Jodabsorption ist an diesem Punkte des Spektrums komplizierter als bei den anderen gelben Linien, und die Photographie ist, wenn sie auch zum Ausmessen gut genug ist, zur Wiedergabe ungeeignet.

Spektrum *Z* zeigt die Jodabsorption in der Quecksilberlinie 5769 (Quarzlampe) in Verbindung mit den Emissionslinien der Cooper-Hewitt-Lampe. Der starke Kern der Linie ist in exakter Übereinstimmung mit einer Absorptionslinie des Jods, und die von dieser Linie erregten Resonanzlinien bestehen aus scharfen Dubletts. Wenn die Jodlinie ein Dublett ist, wie dies bei der grünen Quecksilberlinie der Fall ist, so ist dies durch ein Auflösungsvermögen von 300000 nicht erkennbar. Dieser Punkt ist im Zusammenhang mit einer Hypothese von Wichtigkeit, die ich über den Ursprung des Dubletts in den Resonanzspektra gemacht habe. Die Resonanzspektra findet man auf Spektrum *B*, Tafel 1. Es scheint höchstwahrscheinlich, daß weitere Untersuchungen dieser Linien viel zur Klärung mancher wichtigen Frage beitragen werden, die in der vorliegenden Arbeit aufgeworfen worden ist. Die Leichtigkeit, mit der die Jodresonanz studiert werden kann, läßt mich hoffen, daß auch in anderen Laboratorien ihre Untersuchung aufgenommen werden wird.

(Aus dem Englischen übersetzt von E. Oettinger.)

(Eingegangen 23. September 1912.)

Resonanzversuche mit den längsten Wärmewellen.

(Resonance experiments with the longest heat-waves.)

Von R. W. Wood.

(Mit Tafel IV, Fig. 1—8.)

Im Herbst 1910 ist es H. Rubens und R. W. Wood gelungen, die längsten damals bekannten Wärmewellen durch ein Verfahren zu isolieren und zu messen, das auf dem Umstande beruhte, daß der Brechungsindex des Quarzes für diese Wellen viel größer ist als für Lichtwellen und für die kürzeren Wärmewellen. Eine Beschreibung des Verfahrens, das man als das der „Brennpunktsisolierung" bezeichnen kann, findet sich in der zweiten Auflage (1912) meines Buches „Physical Optics"[1]). Die Wellen gingen von einem Auerstrumpf aus und hatten eine Wellenlänge von mehr als einem Zehntelmillimeter (112 μ), und Rubens und v. Baeyer haben später nach demselben Verfahren aus dem Quarzquecksilberbogen Wellen noch größerer Länge (0,3 mm) erhalten. Da die kürzesten elektrischen Wellen, die v. Baeyer erhalten hat, eine Länge von ungefähr 2 mm haben, so ist, wie man sieht, die Lücke zwischen dem elektrischen und dem optischen Spektrum sehr nahezu ausgefüllt.

Die sehr große Länge dieser Wärmewellen ermöglicht es, Versuche anzustellen, die den seitens verschiedener Forscher unternommenen Versuchen über die Wirkung metallischer Resonatoren auf elektromagnetische Wellen analog sind. Ich habe bereits eine Untersuchung dieses Gegenstandes begonnen und will in der vorliegenden Arbeit über die bisher gewonnenen Ergebnisse berichten.

Die ersten Versuche wurden mit ganz winzigen Teilchen metallischen Kupfers angestellt, die auf Quarzplatten niedergeschlagen waren. Das Metall ist in Gestalt ganz feinen Pulvers vom Chemikalienhändler zu beziehen, und wenn man etwas von diesem Pulver in einer großen Glasflasche heftig schüttelt, so bleiben die feinsten Teilchen in der Luft suspendiert. Stürzt man dann die Flasche über der Quarzplatte um und läßt sie ein paar Minuten lang stehen, so setzt sich auf der Platte ein hübsch regelmäßiger Niederschlag ab. Wenn man die Platte vier- bis fünfmal in dieser Weise behandelt, so baut sich ein Niederschlag auf, der gegen Licht nahezu opak ist, und die geringe Lichtmenge, die sich hindurchkämpft, ist grünlich gefärbt. Zu meiner Überraschung fand ich, daß selbst diese sehr schweren Niederschläge, die nach tatsächlicher Messung von sichtbarem Licht nur 2 bis 3 v. H. durchließen, für die langen Wärmemengen vollkommen durchsichtig waren. Dieselbe Menge Metall, ja tatsächlich eine viel kleinere Menge, würde in Gestalt einer gleichförmigen Schicht für die Wärmewellen vollkommen undurchlässig sein, denn das Reflexionsvermögen eines Metalles beträgt, wie wir wissen, für alle Wellen von mehr als 10 μ Länge praktisch 100 v. H. Dasselbe gilt für Kohlenniederschläge. Als ich in Gemeinschaft mit Herrn Rubens die Durchlässigkeit verschiedener Substanzen für die Wellen untersuchte, ergab es sich, daß ein Rauchbelag auf einer Quarzplatte, der so dicht war, daß der Auerstrumpf durch ihn nicht zu sehen war, von der Wärmestrahlung

1) Ferner: Berl. Ber., 15. Dez. 1911; Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 88, 1911. (D. Übers.)

mehr als 95 v. H. hindurchließ. Es erschien interessant, die Beziehung festzustellen, die zwischen der Durchlässigkeit einer Schicht metallischer Teilchen und der Größe der Teilchen besteht, oder mit anderen Worten, Versuche auszuführen, die denen über die Wirkung (auf Glas montierter) Stanniolstreifen verschiedener Stärke auf elektromagnetische Wellen analog sind. Für die Herstellung der Resonatorplatten kann man verschiedene Verfahren anwenden. Man kann eine Schicht des Metalls auf einer Quarzplatte abscheiden und sie dann mit einer Diamantspitze auf einer Teilmaschine in kleine Quadrate oder Rechtecke teilen. Dieses Verfahren haben Rubens und Nichols vor mehr als fünfzehn Jahren versucht; damals verfügte man über weit kürzere Wärmequellen (12 μ), und wenn die Versuche auch eine elektromagnetische Resonanz anzudeuten schienen, waren sie doch nicht so befriedigend, wie zu wünschen war.

Ein anderes Verfahren besteht darin, Metallteilchen von gleichmäßiger Größe herzustellen, und diese über die Oberfläche des Quarzes zu verteilen.

Dies war das Verfahren, das ich im vorliegenden Falle zuerst eingeschlagen habe. Ich versuchte es zunächst damit, eine leicht schmelzbare Legierung mit einem Zerstäuber zu einem feinen Sprühregen zu zerblasen (das ist das Verfahren, das von Herrn Professor Millikan und seinen Mitarbeitern angewandt worden ist).

Auf diese Weise kann man sehr vollkommene kugelförmige Tröpfchen erhalten, aber es zeigten sich Schwierigkeiten, als es galt, diese Tröpfchen zu Gruppen gleichmäßig großer Teilchen auszusortieren und sie (nach dem Aussortieren) in einigermaßen regelmäßiger Verteilung niederzuschlagen. Ich kam dann auf den Gedanken, einen Metalldampf in Gestalt von „Tau" auf der Quarzplatte zu kondensieren. Dieses Verfahren arbeitete wundervoll. Ich erhitzte eine kleine Menge Quecksilber in einem Becherglase und hängte die Quarzplatte wagerecht ungefähr 2 cm oberhalb der Oberfläche des Metalls auf. Auf diese Weise erhielt ich sehr regelmäßige Belegungen, und zwar wechselte die Größe der Kügelchen mit der Zeit, während welcher die Platte den Metalldämpfen ausgesetzt worden war.

In den Fig. 1 bis 6 auf Tafel IV sind mit einem Mikroskop aufgenommene Photogramme der Niederschläge wiedergegeben. Unmittelbar unter diesen Figuren ist in Fig. 7 eine photographische Aufnahme einer Mikrometerskala wiedergegeben. Ein Teil dieser Skala entspricht 0,01 mm. Wie aus den Photogrammen hervorgeht, sind die Durchmesser der Tropfen eines gegebenen Niederschlags ziemlich konstant, und ihre Verteilung ist recht regelmäßig.

Die Durchmesser auf den photographierten Platten sind: in Fig. 1: 0,05 mm, in Fig. 2: 0,01 mm, in Fig. 3: 0,02 bis 0,03 mm, in Fig. 4: 0,03 bis 0,04 mm, in Fig. 5: 0,05 mm und in Fig. 6: 0,06 bis 0,08 mm. Die kleinsten benutzten Teilchen hatten somit einen Durchmesser von ungefähr $^1/_{20}$ einer Wellenlänge und die größten einen solchen von etwa $^2/_3$ einer Wellenlänge. Die Durchlässigkeit jeder einzelnen Resonatorenplatte wurde mit der einer reinen Quarzplatte von derselben Dicke für eine Strahlung von der Wellenlänge 1 μ verglichen, und die Wellen von 112 μ wurden durch Brennpunktisolierung erhalten. Die Durchlässigkeit für Wellen von 1 μ gibt uns einen rohen Maßstab für das Verhältnis des bedeckten Teiles der Oberfläche zum unbedeckten, denn die Metalltröpfchen wirken einfach wie undurchlässige Hindernisse für diese ganz kurzen Wärmewellen. Die Beobachtungen wurden mit Herrn Dr. Pfunds Spektrometer für Ultrarot angestellt, das mir sein Eigentümer freundlichst zur Verfügung gestellt hatte. Die Durchlässigkeit für die Wellen von 112 μ wurde mit einem Radiomikrometer gemessen, das derselben Type angehörte, die bei den in Gemeinschaft mit Herrn Professor Rubens angestellten Versuchen benutzt worden war. Dieses Instrument hat der Mechaniker des Physikalischen Instituts in Berlin, Herr Obst, für mich angefertigt; es kam aber mit beschädigtem Thermoelement an und wurde deshalb mit einem viel leichteren Element ausgestattet, das Herr Dr. Pfund für mich hergestellt hat, und das vielleicht den zehnten Teil der Wärmekapazität des ursprünglichen hatte. Das Instrument erwies sich als weit empfindlicher als das bei der früheren Arbeit benutzte, denn es ergab für die unter identischen Bedingungen erhaltenen Wellen von 112 μ bei derselben Periode ungefähr den doppelten Ausschlag. In der nachstehenden Tabelle sind die Durchlässigkeiten einer Reihe von Resonatorplatten angegeben:

	Durchgelassene Strahlung in Prozenten		Durchmesser der Kugeln in mm
	$\lambda = 1\ \mu$	$\lambda = 112\ \mu$	
Fig. 1	45	100	0,005
Fig. 2	26	95	0,01
Fig. 3	32	82	0,02 ÷ 0,03
Fig. 4	45	58	0,03 ÷ 0,04
Fig. 5	26	50	0,05
Fig. 6	30	27	0,07 ÷ 0,08

Diese Tabelle lehrt uns, daß die Tröpfchen auf die sehr langen Wärmewellen keinen Einfluß haben, solange ihr Durchmesser etwa $^1/_{10}$ einer Wellenlänge nicht überschreitet. Wenn der Durchmesser etwa $^1/_4\ \lambda$ ist, wie in Fig. 4, ist

die Durchlässigkeit für die Wellen von 112 μ nicht viel größer als für die kurzen. Im Falle der Fig. 5 haben wir ein wenig größere Kugeln, die indessen weit dichter zusammengedrängt sind, so daß wir für kurze Wellen eine Durchlässigkeit von nur 26 v. H. haben; selbst jetzt läßt die Platte 50 v. H. der Energie der Strahlung von 112 μ hindurch. Bei weiterer Zunahme der Größe, siehe Fig. 6, ist die Durchlässigkeit für beide Wellenlängen ungefähr dieselbe.

Es erscheint mir bemerkenswert, daß in keinem Falle die Undurchlässigkeit der Resonatorplatte für die langen Wellen größer ist als für die kurzen. Das heißt mit anderen Worten: jede Kugel vermag nur den auf sie auffallenden Teil der Energie der Wellenfront aufzuhalten; oder wieder mit anderen Worten: sie entzieht dem sie umgebenden Gebiet nichts. Das hat mich einigermaßen überrascht, denn ich hatte erwartet, zu finden, daß wir bei Kugeln von einer gewissen Größe für kurze Wellen eine mäßige Durchlässigkeit und für die langen vollkommene Undurchlässigkeit erhalten würden.

Ich habe weder eine theoretische noch eine experimentelle Untersuchung über die Wirkung dicht nebeneinander angeordneter kugelförmiger metallischer Hindernisse auf elektromagnetische Wellen zu finden vermocht; es gibt daher einstweilen kein Material, mit dem sich diese Ergebnisse vergleichen ließen.

Indessen sind Untersuchungen mit linearen rechteckigen Resonatoren angestellt worden, und ich begann demgemäß mit solchen Versuche zu machen. Ich schlug Silber auf Quarz nieder und teilte es auf einer Teilmaschine in kleine Rechtecke, fand aber, daß die Schicht nach der kreuzweisen Teilung für die Wellen von 112 μ ganz so undurchlässig war wie zuvor, obschon die Größe der Quadratsteine kleiner als $^1/_{10}$ einer Wellenlänge war. Eine Aufnahme der Schicht mit einer Reihe von Schnitten ist in Fig. 8 (Tafel IV) stark vergrößert wiedergegeben. Von einer solchen Schicht ist in einer meiner früheren Arbeiten[1]) die Rede gewesen. Es ergab sich, daß diese Teilung die Leitfähigkeit der Schicht nicht verändert hatte, obwohl das Mikroskop anzeigte, daß der Diamant das Silber glatt bis auf den Quarz durchschnitten hatte. Wenn die Leitfähigkeit nicht beeinflußt wird, dürfen wir keine Verminderung der Undurchlässigkeit der Schicht erwarten. Die Frage nach dem Grunde dafür, daß die Leitfähigkeit nicht beeinflußt wird, werde ich in einer späteren Arbeit erörtern. Um mit Resonatoren, die auf diese Weise hergestellt worden sind, befriedigende Ergebnisse zu erhalten, wird man ein Verfahren ersinnen müssen, breitere Schnitte zu machen und weniger Metall zwischen ihnen stehen zu lassen. Nach dieser Richtung hin sind denn auch gegenwärtig Versuche im Gange.

(Eingegangen 27. Januar 1913.)

1) Preliminary note on the electric atmospheres of metals. Phil. Mag. 1912.

Die selektive Dispersion des Quecksilberdampfes bei der Absorptionslinie 2536. (The selective dispersion of mercury vapor at the 2536 absorption line.)

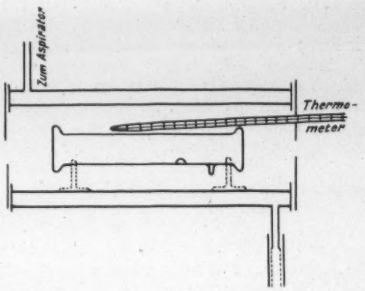
Von R. W. Wood.

(Mit Tafel IV, Fig. 9—11.)

Bis zur Gegenwart sind über die selektive Dispersion nichtleuchtender absorbierender Gase keine quantitativen Bestimmungen ausgeführt worden. Vor etwa zehn Jahren habe ich eine ziemlich eingehende Untersuchung über die Dispersion des Natriumdampfes angestellt, und seither haben andere Beobachter eine Menge Arbeit geleistet und dabei ähnliche Wege verfolgt; es ist aber bei diesem Dampfe niemandem gelungen, unter bekannten Dichteverhältnissen zu arbeiten, denn der Dampf läßt sich wegen der chemischen Wirkung, die er ausübt, nicht durch durchsichtige feste Flächen begrenzen. Die Bestimmungen der Dispersion des Wasserstoffs bei den Linien α und β von Ladenburg und Loria sind diesem Einwand nicht ausgesetzt, aber in diesem Falle sind die Absorption und die Dispersion eine Folge des Umstandes, daß das Gas durch die elektrische Entladung ionisiert und leuchtend gemacht wird, und die Bedingungen sind infolgedessen etwas verwickelter.

Vor einer Reihe von Jahren habe ich einige Beobachtungen über die anomale oder selektive Dispersion des Quecksilberdampfes bei der ultravioletten Absorptionslinie gemacht, deren Wellenlänge 2536 A.-E. ist. Dieser Dampf schien für eine quantitative Untersuchung der Erscheinung ein ideales Medium zu sein, da er sich in durchsichtigen Gefäßen aus Quarzglas erhalten läßt, und da seine Dampfdichte bei verschiedenen Temperaturen sehr genau bekannt ist. Da es wünschenswert erschien, mit sehr niedrigen Dampfdichten zu arbeiten, war die Interferometermethode die einzige, die sich für die Untersuchung gut eignete, und ich bestellte daher bei Heraeus eine Röhre aus Quarzglas von 10 cm Länge, die an den Enden von Platten aus demselben Material begrenzt wurde; diese waren geschliffen und poliert und an die Enden der Röhre angeschmolzen. Diese Röhre enthielt einen Tropfen Quecksilber und wurde sehr stark ausgepumpt und zugeschmolzen.

Für das Ultraviolett-Interferometer ließ ich mir von Herrn Petididier in Chicago eine planparallele Platte aus weißem Flußspat herstellen, weil ich fürchtete, daß die Doppelbrechung des Quarzes Störungen herbeiführen könnte. Quarzglas würde vielleicht den Zweck erfüllen, wenn er schlierenfrei zu erhalten wäre; da es aber meine Absicht war, mit dem Instrument andere Untersuchungen im äußersten Ultraviolett auszuführen, entschloß ich mich für Flußspat. Es erwies sich als einigermaßen schwierig, einen guten Silberniederschlag auf der Platte zu erhalten, und ich benutzte deshalb einen durch Kathodenzerstäubung gewonnenen Goldniederschlag. Die hinteren Spiegel des Michelsonschen Interferometers waren aus Spiegelmetall, und eine Kompensationsplatte wurde nicht benutzt. Die Quarzröhre wurde in den Strahlengang des Instruments eingeschaltet, wo für gewöhnlich der Kompensator steht, und die beiden Endplatten, mit denen sie verschlossen war, machten die beiden Wege sehr nahezu gleich, da ihre Gesamtdicke sehr nahezu gleich jener der Flußspatplatte war. Es stellte sich geradezu als ein Problem heraus, die Röhre zu erhitzen, ohne zugleich das Instrument oder die Luft in ihrer Nachbarschaft mit zu erhitzen. Ersteres würde nämlich eine langsame Wanderung der Streifen zur Folge gehabt haben und letzteres ein Verwaschen und Verschwimmen, und in beiden Fällen wäre ein Photographieren unmöglich gewesen. Die Natriumröhren bei meiner früheren Arbeit machten sehr wenig Schwierigkeiten, weil nur der mittlere Teil der Röhre erhitzt zu werden brauchte, was durch einen elektrischen Strom geschah. Im vorliegenden Falle war es natürlich notwendig, daß alle Teile der Röhre mit Einschluß der Endfenster sich auf derselben Temperatur befanden, und es erschien anfangs unmöglich, dies zu erreichen und dabei zugleich Strömungen warmer Luft aus dem Strahlengange im Instrument fernzuhalten. Das Problem wurde schließlich auf eine sehr einfache Weise gelöst. Ich konstruierte ein Luftbad von der in der Figur angegebenen Form. Dieses bestand aus zwei großen Messingröhren, die mit einem Zwischenraum von etwa einem Zentimenter ringsum ineinander paßten. In die Enden des äußeren Rohres waren zwei kleine Röhren eingelötet; von diesen wurde die eine mit einem Aspirator in Verbindung gesetzt, die andere mit einer Glasröhre, die mittels eines ganz klein gedrehten Bunsenbrenners erwärmt wurde. Die Temperatur der inneren Kammer konnte durch Änderung der Höhe des Brenners und der Geschwindigkeit des fließenden Wassers im Aspirator sehr fein reguliert werden. Für



höhere Temperaturen wurde die Flamme dicht unter die Öffnung der Glasröhre gestellt, so daß die heißen Verbrennungsprodukte durch das Luftbad hindurchgezogen wurden.

Es ergab sich, daß die Temperatur fünfzehn Minuten lang oder länger konstant, oder doch bis auf einen halben Grad konstant gehalten werden konnte, und da nun Expositionen von nicht mehr als zwei bis drei Minuten erforderlich waren, so war diese Anordnung durchaus befriedigend. Das Luftbad wurde in Watte eingehüllt und über die Enden wurden Scheiben aus schwarzem Papier geschoben, deren jede mit einem Loch von 1 cm Durchmesser versehen war. Das Lichtbündel ging durch diese Löcher hindurch und lief durch die Quarzröhre, die in der Mitte des Luftbades montiert war. Da ich mich nicht entsinne, irgendeinen Bericht über Arbeiten mit dem Interferometer im Ultraviolett gelesen zu haben, mag eine kurze Erwähnung einiger Schwierigkeiten für andere Forscher von Nutzen sein, die Untersuchungen in ähnlicher Richtung anstellen wollen. Die Lichtquelle war der Eisenbogen. Dessen Strahlen wurden mit Hilfe einer Quarzlinse für das Ultraviolett parallel oder schwach konvergent gemacht. Die Streifen wurden zunächst mit Natriumlicht und die Mitte des Systems in üblicher Weise mit einer kleinen Gasflamme aufgesucht. Die Spiegel des Instruments wurden so eingestellt, daß sie ein System von vier bis fünf Streifen im Gesichtsfelde des Instruments ergaben; dieses Gesichtsfeld wurde natürlich durch die durchlochten Schirme aus schwarzem Papier ziemlich eingeschränkt, die ich benutzte, um nach Möglichkeit das Entweichen heißer Luftströme aus dem Luftbade zu verhindern. Nunmehr wurde der Eisenbogen auf seinen Platz hinter der Natriumflamme gebracht und sein Licht auf die hinteren Spiegel des Instruments mittels einer Quarzlinse fokussiert. Dann wurde mit Hilfe einer achroma-

tischen Quarz-Flußspat-Linse ein Bild des Streifensystems auf den Spalt eines Quarzspektrographen entworfen. Auf diese Weise erhalten wir ein Spektrum des Bogens, das von horizontalen schwarzen Linien (den Interferenzstreifen) durchzogen wird, und wenn die optischen Weglängen vollkommen kompensiert sind, und wir uns in der Mitte des Systems befinden, werden die Streifen in horizontaler Richtung durch das ganze Spektrum verlaufen. In Wirklichkeit ergab sich, daß überhaupt keine Streifen im ultravioletten Spektralgebiet zu sehen waren, und daß sie im Violett in sehr schräger Richtung verliefen, und zwar mit einer Neigung, die mit abnehmender Wellenlänge zunahm. Dieser Umstand beruht auf der Verwendung der beiden Endplatten aus Quarz zur Kompensation der Flußspatplatte: die Dispersion der beiden Substanzen ist ganz verschieden, und die durchlaufene Schichtdicke ist nicht dieselbe. Ich bewegte nun den beweglichen Spiegel des Instruments ein wenig nach rückwärts und machte eine zweite Aufnahme. Die Sachlage war jetzt noch schlimmer als vorher. Ich rückte deshalb den Spiegel etwas (etwa um 200 Wellenlängen) gegenüber der Stellung vor, die er einnahm, als die farbigen Streifen im weißen Lichte sichtbar waren. Die Streifen ließen sich jetzt durch das ganze Spektrum verfolgen, obschon sie im äußersten ultravioletten Ende sehr schräge waren. Ein weiteres Vorrücken des Spiegels machte sie in der Gegend der Quecksilberlinie 2536, wo im vorliegenden Falle die ganze Untersuchung ausgeführt werden sollte, annähernd horizontal. Bei Betrachtung mit einem Okular zeigte das Spektrum jetzt nahezu vertikale Streifen im Rot und Orange und sehr schräge im Gelb und Grün.

Eine recht schwache photographische Aufnahme des ganzen Spektrums ist in Fig. 10 auf Taf. IV wiedergegeben; sie gibt aber einen guten Begriff von der Änderung der Neigung der Streifen bei Änderung des Spektralgebiets. Am rechten Ende des Bildes (Blau) sind die Streifen nach rechts um einen Winkel von ungefähr 45° geneigt. In der Mitte (oberes Ultraviolett) sind sie horizontal, während sie am linken Ende (unteres Ultraviolett) nach links geneigt sind. Dieses Verfahren ist zuerst von Puccianti bei seiner Untersuchung über die Dämpfe in Metallichtbögen benutzt worden. Es hat den Vorteil, uns die Verzögerungen und Beschleunigungen — so können wir uns der Bequemlichkeit halber ausdrücken — von Wellen verschiedener Länge in der Nachbarschaft von Absorptionsbanden photographisch aufzuzeichnen. Im vorliegenden Falle haben wir es nur mit einer einzigen Absorptionsbande zu tun, nämlich mit der Quecksilberlinie 2536, und diese fällt glücklicherweise mitten in eine Gruppe starker Eisenlinien. Wenn in der Quarzröhre Quecksilberdampf gebildet wird, werden die Streifensysteme in den verschiedenen Eisenlinien um verschiedene Beträge und nach verschiedenen Richtungen verschoben. Ein Photogramm des Eisenspektrums, das in dem untersuchten Gebiete mit dem Spektrum des Quarzquecksilberbogens zusammenfällt, ist in Fig. 9 auf Tafel IV wiedergegeben. Die Quecksilberlinie, die zu der selektiven Dispersion Anlaß gibt, ist durch einen langen Pfeil bezeichnet, und die schwächere Begleitlinie, welche sie auf der kurzwelligen Seite begrenzt, durch einen kurzen. Seltsam genug zeigt diese schwache Begleitlinie keinerlei Anzeichen ihres Vorhandenseins im Absorptionsspektrum, obwohl auf der anderen Seite der Hauptlinie, ungefähr in demselben Abstande von dieser, eine schwache Absorptionslinie vorhanden ist, die, wie ich gefunden habe, in dem bei Erregung durch das Licht des Kadmiumfunkens auftretenden Fluoreszenzspektrum des Dampfes durch eine helle Linie dargestellt wird. Ein Photogramm dieses Spektrums findet man in meinem Buche „Physical Optics", auf Seite 580 der 2. Auflage, und dort sieht man, daß die Fluoreszenzlinie 2536 auf der langwelligen Seite von einer schwachen Begleitlinie begleitet wird. Das Negativ, von dem Fig. 9 auf Tafel IV eine sechsfache Vergrößerung darstellt, wurde mit einem großen Quarzspektrographen aufgenommen, den mir Herr Professor Trowbridge von der Universität Princeton zur Verfügung gestellt hat. Die Figur hat bei der Vergrößerung sehr verloren, denn auf dem Original ist die Eisenlinie unmittelbar rechts von der Quecksilberlinie eine schön aufgelöste Doppellinie. Die Wellenlängen der beiden Quecksilberlinien wurden unter Zugrundelegung der Werte gemessen, die Rowland für die Eisenlinien angegeben hat, und zwar ist die Wellenlänge der Hauptlinie 2536,5 Å.-E. und die der schwachen Begleitlinie 2534,8 Å.-E.

Die Wellenlängen der Eisenlinien unmittelbar links und rechts von der Haupt-Quecksilberlinie, also der Linien, bei denen die größte Verschiebung der Interferenzstreifen auftritt, sind 2535,6 Å.-E. und 2536,9 Å.-E. Da die Quecksilberlinie der letztgenannten viel näher ist, so sollten wir erwarten, in dieser Linie die größte Verschiebung der Streifen bei einer gegebenen Dichte des Dampfes zu beobachten. Ich habe über 100 Platten exponiert; dabei befand sich die Röhre auf verschiedenen Temperaturen zwischen 23° und 60°. Es erwies sich als unmöglich, bei höheren Temperaturen zu arbeiten, weil dann die Streifen in der Nachbarschaft der Absorptionslinie sehr undeut-

lich wurden. Das ist eine Folge des Umstands, daß der eine der interferierenden Strahlen durch Absorption geschwächt wird und daß dann eine Interferenz zwischen zwei Strahlen von ungleicher Intensität stattfindet; außerdem war es bei den höheren Temperaturen schwieriger, die Temperatur während der Expositionsdauer konstant zu halten. Die Bilder sind kaum für eine Reproduktion geeignet, da sie mit einem kleinen Quarzspektrographen aufgenommen sind, dem einzigen Instrument, das mir zu Gebote stand; immerhin werden die fünf Vergrößerungen, die in Fig. 11 auf Taf. IV wiedergegeben sind, dazu dienen, einen allgemeinen Begriff von der Verzerrung der Interferenzstreifen in der Nachbarschaft der Quecksilberlinie 2536 zu geben. Auf jedem Photogramm ist die Temperatur der Dispersions-Quecksilberröhre angegeben. Die Stelle der Quecksilberlinie 2536 ist auf dem ersten Bilde durch einen Punkt bezeichnet. Auf einigen der Platten war eine Andeutung einer geringen Verschiebung der Streifen in der Eisenlinie unmittelbar rechts von der Quecksilberlinie schon bei Zimmertemperatur (23°) vorhanden. Sie ist jedoch sehr gering, sicherlich nicht größer als 0,1 einer Streifenbreite. Bei 35° wird die Verschiebung sehr merklich und beläuft sich auf etwa ein Viertel einer Streifenbreite. Bei dieser Temperatur ist der Druck des Quecksilberdampfes 0,004 mm, oder viermal so groß wie der Druck, den der Dampf bei Zimmertemperatur hat. Da die Länge der Dispersionsröhre aus Quarz zehn Zentimeter beträgt, so können wir mit Bestimmtheit feststellen, daß Licht, dessen Wellenlänge um 0,4 Ångström-Einheiten länger ist als das der Absorptionslinie, beim Durchlaufen einer 20 cm langen Säule des Dampfes (denn das Licht geht ja zweimal durch die Röhre) um das 0,25-fache einer Wellenlänge verzögert wird. Ich hatte erwartet, daß die Verschiebungen der Streifen proportional mit dem Druck des Dampfes zunehmen würden; es ergab sich aber, daß dies nicht der Fall war, denn bei einer Temperatur von 58°, wo der Druck 0,0215 mm, oder fünfmal so viel wie bei 35°, ist, beträgt die Verschiebung der Streifen in dieser selben Eisenlinie nur das 0,6-fache einer Streifenbreite, während wir, wenn die Verzögerung dem Drucke proportional wäre, eine Verschiebung um 1,25 Streifenbreiten erwarten sollten. Ich glaubte zunächst, daß ich vielleicht bei der Identifizierung des beobachteten Streifens einen Fehler gemacht hätte, und daß die Verschiebung 1,6 Streifenbreiten betragen könnte, statt 0,6; eine Untersuchung einer sehr großen Anzahl von Photogrammen, die bei dazwischenliegenden Temperaturen aufgenommen worden waren, zeigte jedoch, daß ich keinen Fehler gemacht hatte. Die Verschiebungen der Streifen in den verschiedenen Eisenlinien bei verschiedenen Temperaturen des Dampfes wurden mit aller möglichen Sorgfalt auf der Teilmaschine ausgemessen und sind in der nachstehenden Tabelle angegeben. Die Wellenlängen sind folgende:

Eisenlinie Nr. 1 . .	2535,6	Å.-E.
Quecksilberlinie . . .	2536,5	„
Eisenlinie Nr. 2 . .	2536,9	„
Eisenlinie Nr. 3 . .	2539,0	„

Verschiebung in Streifenbreiten.

Temperatur in °C	Druck in mm	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3
34	0,0031	0,16	0,25	—
41	0,0062	0,25	0,34	—
45	0,0086	0,30	0,40	0,11
50	0,0122	0,40	0,55	0,18
58	0,0215	0,50	0,65	0,25

Aus dieser Tabelle geht hervor, daß das Brechungsvermögen des Dampfes, oder vielmehr der Teil von ihm, der von der in Frage kommenden Absorptionslinie herrührt, nicht proportional mit der Dichte des Dampfes zunimmt. Es erscheint daher sehr zweifelhaft, ob diese Absorptionslinie von dem normalen Quecksilbermolekül herrührt. Wir können dieses Molekül das „dispergierende Molekül" nennen; dieses kann entweder ein Atomkomplex sein, oder ein Molekül in einem Ionisationszustande, und es scheint wahrscheinlich, daß solche Moleküle im Vergleich zu den normalen Molekülen in geringer Anzahl vorhanden sind. Auf jeden Fall ist der Prozentsatz von Molekülen in diesem Zustande bei zunehmendem Dampfdruck geringer, denn, wie die Tabelle zeigt, wird bei einer Zunahme des Druckes auf das Siebenfache die Wirkung auf die Geschwindigkeit der Welle bei der Linie Nr. 1 nur verdreifacht und bei der Linie Nr. 2 kaum mehr als verdoppelt.

Ich bin von den Ergebnissen im ganzen etwas enttäuscht, denn ich hatte gehofft, Aufnahmen in einem viel weiteren Temperaturbereich beschaffen zu können, bei denen es sich um Verschiebungen handeln würde, die sich auf viele Streifenbreiten beliefen, doch erschien dies mit der benutzten Apparatur unmöglich. Es ist recht schade, daß wir nicht irgendein Verfahren besitzen, daß an Empfindlichkeit zwischen der Interferenzmethode und der Prismenmethode steht. Es ist zweifelhaft, ob man mit einem Prisma aus Quecksilberdampf zuverlässige Ergebnisse würde erhalten können, denn um eine Verzögerung von einer halben Wellenlänge auf der ganzen Wellenfront bei einer

Temperatur von 580 zu erzielen, würde man ein Prisma mit einer Grundlinie von 20 cm anwenden müssen. Ich habe indessen recht gute Photogramme der selektiven Dispersion bei der Linie 2536 erhalten, und zwar unter Verwendung einer langen stählernen Röhre, ähnlich denen, die ich beim Natrium benutzt habe; da wir es in diesem Falle aber mit nicht homogenem Dampf zu tun haben, ist das Verfahren für quantitative Messungen gänzlich ungeeignet.

Wenn die in der vorliegenden Arbeit mitgeteilten Ergebnisse auch nicht ganz so befriedigend sind, wie ich gehofft hatte, so scheinen sie mir doch insofern einiges Interesse zu bieten, als durch sie recht deutlich die Tatsache festgestellt wird, daß bei der Dispersion, und folglich auch bei der Absorption, nicht sämtliche Moleküle mitsprechen. Ich beabsichtige, im Laufe des kommenden Winters gelegentlich die Absorption des Dampfes bei verschiedenen Drucken und Dichten quantitativ zu untersuchen. Die bei der Untersuchung der Dispersion gewonnenen Ergebnisse würden uns veranlassen, zu erwarten, daß wir bei einer gegebenen Menge Quecksilberdampf eine kräftigere Absorption erhalten würden, wenn wir den Druck verringerten, ein Ergebnis, das durchaus im Gegensatz zu dem steht, was man für gewöhnlich beobachtet. Das sehr homogene Licht aus der Resonanzlampe, die ich in einer meiner früheren Arbeiten beschrieben habe, wird diese Untersuchung sehr erleichtern.

(Nach Korrekturbogen aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 27. Januar 1913.)

Bemerkungen über das Verhältnis von Emissions- und Absorptionsvermögen leuchtender Gase.

Von Rudolf Ladenburg.

(Mit Tafel V.)

Aus Untersuchungen der optischen Eigenschaften stark erregter leuchtender Wasserstoffschichten habe ich vor einiger Zeit geschlossen[1]), daß das Verhältnis E/A von Emissions- zu Absorptionsvermögen an verschiedenen Wellenlängen der verbreiterten roten H_α-Linie unter den benutzten Bedingungen verschiedene Werte besitzt. Darin sah ich einen Widerspruch mit dem Kirchhoffschen Gesetz, da das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers irgendeiner Temperatur in dem betreffenden Wellenlängenintervall als praktisch konstant anzusehen ist. Mit Rücksicht auf diese Versuche und Überlegungen hat nun Herr Brotherus[1]) eine Note veröffentlicht, in der er darauf hinweist, daß die von mir beobachtete Variation von E/A im Bereiche einer verbreiterten Spektrallinie auch durch Inhomogenitäten der leuchtenden Gasschichten erklärt werden könne, und hat seine Ansicht durch einige Messungen an Natriumlinien zu erhärten gesucht.

Hierzu möchte ich folgendes bemerken:

1. Zweifellos können geeignete Inhomogenitäten leuchtender Gasschichten „mehrfache Umkehr“[2]) und Inkonstanz von E/A innerhalb einer Spektrallinie erzeugen. Erklärt man doch allgemein die in verschiedenen Fraunhoferschen Linien des Sonnenspektrums — besonders in den Wasserstofflinien C und F sowie den Kalziumlinien H und K — beobachteten hellen und dunklen Teile durch verschieden heiße und verschieden dichte, übereinander gelagerte Dampfschichten und untersucht durch spektroheliographische Aufnahmen mit den einzelnen Teilen der Linien diese verschiedenen Schichten für sich[3]). Allerdings genügt nicht Variation der Dichte, vielmehr ist Variation des Quotienten E/A — also bei Temperaturstrahlung Variation der Temperatur — längs der untersuchten Gasschicht zu dieser Erklärung notwendig[4]), wenigstens falls man die für die bisher experimentell untersuchten Gase und Dämpfe gültige Voraussetzung macht, daß der Extinktionskoeffizient $n\varkappa$ klein gegen 1 ist[5]); ist in einem Medium $n\varkappa \gg 1$, so treten bereits beim Übergang eines Strahls aus demselben ins Vakuum eigenartige Komplikationen auf[6]) — es ist die Summe aus reflektierter und eindringender Intensität an der Grenze, nach dem Poyntingschen Satz berechnet, nicht mehr gleich der auffallenden Intensität —, so daß die strenge Behandlung inhomogener, stark absorbierender Körper sehr erschwert wird.

2. Speziell in Flammen, die Herr Brotherus untersucht hat, sind Temperaturinhomogenitäten seit langem bekannt und vor wenigen Jahren in der Berliner Dissertation von H. Schmidt[7]) exakt

1) Verh. d. D. phys. Ges. **12**, 54, 549, 1910; diese Zeitschr. **12**, 5, 1911.

1) H. V. Brotherus, diese Zeitschr. **13**, 541, 1912.

2) Vgl. Versuche von C. A. Young, Re-reversal of sodium lines, Nat. **21**, 274, 1880 u. ihre Erklärung durch H. Kayser, Handbuch der Spektrosk. II, 364, 1902.

3) S. z. B. E. Pringsheim, Physik der Sonne, S. 346 ff, 1910, woselbst Literaturangaben.

4) Vgl. a. W. Voigt, Ann. d. Phys. (4) **39**, 1381, 1912.

5) Dieser Koeffizient ist durch das Absorptionsgesetz $\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_0 \cdot e^{-4\pi n \varkappa / \lambda}$ definiert, das aussagt, daß die Intensität $\mathfrak{J}_0$ der Wellenlänge λ beim Durchdringen der Schicht der Länge l auf den Wert $\mathfrak{J}$ sinkt.

6) Vgl. M. Born u. R. Ladenburg, diese Zeitschr. **12**, 198, 1911.

7) H. Schmidt, Ann. d. Phys. (4) **29**, 971, 1909.

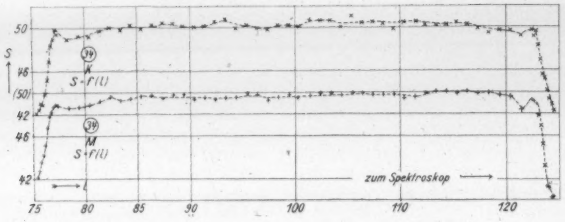


Fig. 2.

gemessen worden (Temperaturverlauf in einem Mékerbrenner). Deshalb hatte ich bei einer Diskussion der Versuche von W. Jakobi[1]) (über mehrfache Umkehr in Natriumflammen) auf die Inhomogenität der Temperatur und Helligkeit dieser Flammen als mögliche Ursache der Beobachtungen hingewiesen[2]) und hinzugefügt, daß diese Untersuchungen im Breslauer Institut fortgeführt und der Einfluß der Inhomogenität der Flamme ausführlich diskutiert werden würde. Die betreffenden Versuche werden demnächst veröffentlicht werden.

3. Der Nachweis der Inhomogenität von Flammen kann natürlich nichts über die Eigenschaften von elektrisch erregten Wasserstoffschichten aussagen; auch wenn die Absorptionslinien der Natriumflamme ähnlich aussehen wie die des Wasserstoffs. Als Beweis gegen die Inhomogenität der untersuchten Wasserstoffschichten erschien mir bei Ausführung meiner Versuche die gleichmäßige Helligkeit, in der die ganze Wasserstoffschicht, von der Seite betrachtet, leuchtete[3]). Um ein objektives Urteil über die Homogenität jener Wasserstoffschichten zu ermöglichen, habe ich nun die Helligkeitsverteilung der roten Wasserstofflinie längs der leuchtenden Schicht photographisch-photometrisch bestimmt. Zu diesem Zwecke wurde ein Farbfilter („Wratten β"), das praktisch nur die Linie H_α durchließ, vor einem Weitwinkelobjektiv einer photographischen Kamera befestigt und die leuchtende Wasserstoffschicht mittelst dieses Objektivs von der Seite photographiert[1]). Die Erregungsbedingungen des Wasserstoffs waren dabei genau die seinerzeit beschriebenen[2]), und mittelst derselben Versuchsordnung[3]) wie damals wurden wieder die gleichen Umkehrerscheinungen im Spektrokop beobachtet. Die Photogramme wurden mittelst eines Hartmannschen Mikrophotometers im Potsdamer Astrophysikalischen Observatorium ausphotometriert. Ich bin dem Direktor desselben, Herrn Professor Schwarzschild, für die Erlaubnis zur Benutzung des Instruments, sowie Frl. Mattenklodt und ganz besonders Herrn Dr. E. Kron für die äußerst sorgsame Ausführung der Messungen zu größtem Danke verpflichtet, dem ich auch an dieser Stelle herzlichen Ausdruck geben möchte.

Fig. 1, Tafel V gibt eine Zeichnung der Röhre mit Angabe der natürlichen Dimensionen. Fig. 2 zeigt die Resultate der Schwärzungsmessungen an einer unter den oben genannten Bedingungen gewonnenen Aufnahmen (Nr. 34) auf Grund zweier voneinander unabhängigen Messungsreihen längs der Achse der Röhre[4, 5]). Als Ordinaten sind die Schwärzungen des Vergleichskeils, als Abszissen sind die am Mikrometertisch abgelesenen Millimeter eingetragen. Auf Tafel V ist dies Photogramm als Figur 3 reproduziert.

1) W. Jakobi, Verh. d. D. phys. Ges. **12**, 5, 1910.
2) R. Ladenburg, Verh. d. D. phys. Ges. **12**, 1022, 1910.
3) Vgl. Verh. d. D. phys. Ges. **12**, 562, 1910, woselbst ich noch erwähne, daß mich Herr J. Koenigsberger brieflich auf eine Erklärung meiner Beobachtungen durch Inhomogenitäten der Erregung hingewiesen hat. Die dortigen Versuche beziehen sich übrigens, ebenso wie die im Text dieser Note folgenden Beobachtungen nur auf die bei niedrigem Druck auftretenden Erscheinungen, die in meiner 1. Abhandlung (Verh. d. D. phys. Ges. **12**, 64, 1910) als I. bezeichnet wurde. Bei hohem Wasserstoffdruck (Erscheinung II) bemerkt man am Ende der Schichten deutlich ungleichmäßige Helligkeit, weshalb diese Schichten auch nicht quantitativ auf die Variation von E/A untersucht wurden.

1) Als Platten dienten „Wratten & Wainwright Panckromatic"
2) Diese Zeitschr. **12**, 6, 1911.
3) S. Figur 1, l. c.
4) Bei diesen Aufnahmen war das Objektiv in 60 cm Abstand von der Rohrmitte aufgestellt; die Rohrenden waren dann je 61,5 cm vom Objektiv entfernt, und dieses entwarf von der 27 cm langen leuchtenden Schicht ein Bild von etwa 4,5 cm Länge auf der Platte. Dadurch war die Lichtintensität der Mitte um etwa 5 Proz. gegen die der Enden bevorzugt $\left(\left(\frac{61{,}5}{60}\right)^2 = 1{,}05\right)$. Die natürliche Höhe der leuchtenden Schicht betrug etwa 5 mm.
5) Die zwei Messungsreihen sind nicht genau längs der Rohrachse ausgeführt, sondern vielleicht 0,1 mm oberhalb bzw. unterhalb der Achse. Daher rühren hauptsächlich die Differenzen der beiden Messungen. Zur genauen Orientierung war auf jeder Platte ein Achsenkreuz eingeritzt, auf das die Messungen bezogen wurden.

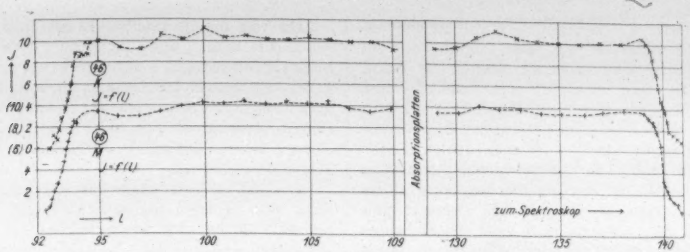


Fig. 4.

Abgesehen von dem Abfall der Schwärzung an den Enden liegt ihre Variation fast ganz innerhalb der Beobachtungsfehler, das gleiche Resultat ergab sich aus einer Reihe andrer Aufnahmen — wie auch bei subjektiver Betrachtung der leuchtenden Röhre durch das Lichtfilter hindurch keine Helligkeitsänderung längs des größten Teils der Schicht wahrzunehmen war. Um besonders den Schwärzungsabfall an den Rändern auf Intensitäten reduzieren zu können, wurden auf Grund dieses Resultats Teile der Schicht konstanter Helligkeit während der Aufnahme mit Absorptionsplatten abgedeckt, deren Durchlässigkeit für die rote Wasserstofflinie vorher bestimmt war. Mittelst der so gewonnenen Schwärzungskurven der einzelnen Platten wurden die Schwärzungen — an Stellen, die ohne Absorptionsplatten gewonnen waren — auf Intensitäten umgerechnet.

Fig. 4 zeigt die Ergebnisse der Messungen und Umrechnungen zweier voneinander unabhängiger Messungsreihen an der Aufnahme 46, sie beziehen sich wieder auf 2 ungefähr in der Rohrachse gelegene, aber nicht genau koinzidierende Längsrichtungen[1]). Die Maxima bez. Minima von 5—10 Proz. Intensitätsänderung an den Enden der Schicht finden sich auf einer Reihe von Platten, allerdings nicht über die ganze Breite der Schicht, sondern meist ein wenig oberhalb der Rohrachse. Hiervon abgesehen zeigt die Intensität der H_α-Linie keine Variation, die die beobachteten Umkehrerscheinungen erklären könnte.

In Fig. 5 auf Tafel V ist zum Vergleich die unter fast genau den gleichen Bedingungen wie Aufnahme 46 erhaltene Aufnahme 36 reproduziert[2]).

Um den Einfluß jener geringen Änderung am Rohrende zu erkennen, brachte ich das dem Spektroskop zugewandte Rohrende zwischen die Pole eines Elektromagneten: Erregen des Magnetfeldes änderte die Lichtverteilung der Entladung stark, der leuchtende Wasserstoff wurde 8—12 mm weit in den — sonst nicht leuchtenden — Ansatz (A Fig. 1) hineingeschleudert, und es zeigten sich, durch das Rotfilter schräg von oben betrachtet, hellere und dunklere Partien in diesem Teil der Schicht. Die Figuren 6 und 7 auf Tafel V sind Reproduktionen von Photographien, bei denen die Kamera schräg von oben auf den zwischen den Polen befindlichen Teil der Röhre gerichtet war, u. zw. Fig. 6 ohne, Fig. 7 mit Magnetfeld; die Originalphotographien lassen deutlich erkennen, daß die leuchtende Schicht im letzteren Falle weiter in den Ansatz hineinreicht und einen ganz anderen Intensitätsabfall zeigt wie im ersteren Falle. Trotzdem konnte in der im Spektroskop beobachteten Erscheinung der „doppelten Umkehr" gar keine Änderung konstatiert werden. Erst bei stärkster Belastung des Magneten wurden bisweilen beim Ein- und Ausschalten des Magneten geringe Helligkeitsschwankungen im Spektroskop wahrgenommen.

Aus diesen Versuchen glaube ich schließen zu müssen, daß nicht die Intensitätsänderungen an den Rohrenden die beobachtete Variation von E/A innerhalb der verbreiterten Linie hervorgerufen haben, sondern daß diese durch das Zusammenwirken der einzelnen, gleichmäßig beteiligten Schichten der ganzen Röhre entstehen, so wie ich dies früher angenommen habe. Schichten von wenigen Millimetern Dicke haben eine zu geringe Absorption, als daß sie bei den Umkehrerscheinungen wesentlich mitwirken könnten — im Gegensatz zu Natriumdampf, der auch bei 1 mm Dicke schon starke Absorption besitzt[1]).

1) Es sind hier nur die Teile der Schicht reproduziert, vor denen keine Absorptionsplatten angebracht waren; als Ordinaten sind relative Intensitäten eingetragen.

2) Die Durchlässigkeit der hierbei benutzten Absorptionsplatten war von links nach rechts gerechnet: 0,53, 0,43, 0,84.

1) Aus diesem Grunde konnte ich die — allerdings sehr unwahrscheinliche — Annahme, daß der Quotient E/A — trotz konstantem E — längs meiner Röhre variiert, experimentell nicht entscheiden; ich brachte bei den hierzu

Betreffs des weiteren, in der Einleitung erwähnten Schlusses auf die „Ungültigkeit des Kirchhoffschen Gesetzes" möchte ich darauf hinweisen, daß man sich die Beobachtungen vielleicht auch durch die Vorstellung erklären kann[1]), daß verschiedene Gattungen von Emissionszentren an dem Aufbau der untersuchten „Linie" beteiligt sind[2]): daß diese nämlich aus dem Zusammenfließen der eigentlichen Spektrallinie H_α mit einem „kontinuierlichen Grunde" entstanden ist. Erkennt man jeder dieser beiden Emissionen einen von der Wellenlänge unabhängigen Wert des Quotienten $\frac{E(\lambda)}{A(\lambda)}$ zu, aber dem kontinuierlichen Grunde einen etwa doppelt so großen als der Spektrallinie, so könnte man wohl die beobachtete Variation von E/A „erklären". Jedenfalls konnten die beschriebenen Erscheinungen nur bei den stärkstmöglichen Erregungen des Wasserstoffs beobachtet werden, bei denen die H_α-Linie stark verbreitert erscheint.

angestellten Versuchen die Röhre quer vor den Spalt, in ihrer Längsrichtung verschiebbar, und stellte durch Variation der Helligkeit der Lichtquelle darauf ein, daß die jetzt schmale H_α-Linie sich weder hell noch dunkel vom kontinuierlichen Spektrum abhob, dann ist bekanntlich

$$\varepsilon = \frac{E}{A}.$$

Doch war wegen der geringen Absorption der nur 5 mm dicken Schicht die Einstellung zu ungenau, als daß über die Konstanz von E/A längs der Röhre etwas Bestimmtes ausgesagt werden könnte.

1) Wie bereits in dieser Zeitschr. **12**, 8, 1911 auseinandergesetzt wurde.

2) Die bekannte Tatsache, daß H_α aus 2 Komponenten von etwa 0,14 Å gegenseitigem Abstand besteht, kann die beobachtenden Erscheinungen nicht erklären (s. a. Anm. 3, diese Zeitschr. **12**, 6, 1911).

Breslau, Phys. Institut d. Univ., Januar 1913.

(Eingegangen 23. Januar 1913.)

Zur Theorie der Konzentrationsschwankungen in radioaktiven Lösungen.

Von E. v. Schweidler.

In seiner letzten Mitteilung über diesen Gegenstand weist Th. Svedberg[1]) darauf hin, daß die von ihm entwickelte Theorie von P. Langevin, M. v. Smoluchowski und H. A. Lorentz als unrichtig bezeichnet wurde, hält sie aber wegen der Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen aufrecht und vermutet in Überlegungsfehlern seiner Gegner bzw. in physikalisch unrichtigem Ansatze der Wahrscheinlichkeitsgleichungen den Grund der Meinungsverschiedenheiten.

1) Th. Svedberg, diese Zeitschr. **14**, 22, 1913.

Da von den genannten Herren nur M. v. Smoluchowski[1]) seine Bedenken gegen Svedbergs Anschauungen veröffentlicht hat und auch dabei sich darauf beschränkte, diese durch ein kurz formuliertes Analogiebeispiel ad absurdum zu führen, scheint es mir nicht überflüssig, die Theorie dieser Vorgänge in etwas ausführlicherer Weise darzustellen[2]).

1. Zunächst seien einige bekannte allgemeine Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung vorangestellt, die in den folgenden Ausführungen wiederholt als Grundlage verwendet werden:

Bei einem „Einzelversuche" sei ω die Wahrscheinlichkeit des Eintretens eines Ereignisses bestimmter Art A, also $(1-\omega)$ die Wahrscheinlichkeit des Nichteintretens. Bei einer „Versuchsreihe", die N unter den gleichen Bedingungen — sei es gleichzeitig, sei es nacheinander — angestellte Einzelversuche umfaßt, ist die Wahrscheinlichkeit $w(x)$, daß in einer vorgegebenen Zahl x von Einzelversuchen das Ereignis A eintrete, gegeben durch:

$$w(x) = \omega^x (1-\omega)^{N-x} \binom{N}{x} = \omega^x (1-\omega)^{N-x} \frac{N!}{x!\,(N-x)!}.$$

Setzt man $\omega N = n$, so ergibt eine einfache Umformung:

$$w(x) = \frac{n^x}{x!} (1-\omega)^n \frac{1 \cdot (1-1/N)(1-2/N) \cdots \left(1-\frac{x-1}{N}\right)}{\left(1-\frac{n}{N}\right)\left(1-\frac{n}{N}\right)\left(1-\frac{n}{N}\right) \cdots \left(1-\frac{n}{N}\right)}.$$

Ist sowohl n als x klein gegen N, so wird näherungsweise

$$w(x) = \frac{n^x}{x!} e^{-n}.$$

Werden mehrere (k) Versuchsreihen zu je N Einzelversuchen ausgeführt und bezeichnet n_i die Zahl der in der $i$ten Versuchsreihe tatsächlich eintretenden Ereignisse A, so läßt sich weiter zeigen, daß bei wachsendem k

$$\lim_{k=\infty} \overline{n_i} = n = \omega N,$$

wobei

$$\overline{n_i} = \frac{1}{k} \sum_1^k {}_i n_i,$$

1) M. v. Smoluchowski, diese Zeitschr. **13**, 1069, 1912.

2) Hierzu muß ich bemerken, daß ich lange Zeit die von Svedberg vertretene Auffassung ohne genauere Analyse als durchaus plausibel akzeptierte, bis Herr Langevin mir gesprächsweise seine gegenteiligen Anschauungen entwickelte; ich nahm diese zunächst skeptisch auf, überzeugte mich aber nachträglich durch die hier ausgeführten Überlegungen von ihrer Richtigkeit.

und daß, wenn $n_i = n(1 + \varepsilon_i)$ gesetzt wird,

$$\lim_{k=\infty} \overline{(n\varepsilon_i)^2} = \omega(1-\omega)N,$$

also

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{n} - \frac{1}{N}$$

wird.

2. a) Bei der Anwendung auf das vorliegende Problem sei zuerst eine etwas umständlichere Darstellung gewählt, die sich aber dem Svedbergschen Gedankengang besser anschließt, indem sie die Konzentrationsschwankungen und die Zerfallsschwankungen als voneinander unabhängige superponiert.

In einem Volumen V seien N radioaktive Atome der Zerfallskonstante λ gegeben; diejenigen, welche innerhalb eines „wirksamen Bezirkes" v zerfallen, können empirisch gezählt werden. Die räumliche Verteilung der N Atome in V sei makroskopisch gleichförmig, in Wahrheit aber derart, daß innerhalb eines passend gewählten Zeitintervalles τ die Verteilung- als unveränderliche, für verschiedene beliebig herausgegriffene gleichlange Intervalle $\tau_1, \tau_2 \ldots \tau_k$ als eine zufällige betrachtet werden kann. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein bestimmtes individuelles Atom während des Intervalles τ_i sich gerade im wirksamen Bezirke befinde, ist dann $\omega' = \frac{v}{V}$, und hieraus folgt nach obigen allgemeinen Sätzen, daß im Durchschnitt $n = \frac{v}{V} N$ Atome in v enthalten sind. Im Einzelfalle (Intervall τ_i) ist $n_i = n(1 + \varepsilon_i')$, und es gilt (bei großem k): $\overline{\varepsilon'^2} = \frac{1}{n} - \frac{1}{N}$ (Quadrat der mittleren relativen, Konzentrationsschwankung).

Die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Atoms, innerhalb der Zeit τ zu zerfallen, hat den Wert $\omega'' = (1 - e^{-\lambda\tau})$; wären stets n Atome im wirksamen Bezirke vorhanden, so wäre die Zahl der zerfallenden im Durchschnitt $z = n(1 - e^{-\lambda\tau})$, im Einzelfalle $z_i = z(1 + \varepsilon_i'')$, wobei wieder gilt: $\overline{\varepsilon''^2} = \frac{1}{z} - \frac{1}{n}$ (Quadrat der mittleren relativen Zerfallsschwankung).

Da die Schwankungen ε' und ε'' unabhängig voneinander sind, kann man setzen:

$$z_i = z(1 \pm \varepsilon_i')(1 \pm \varepsilon_i'') = z(1 \pm \varepsilon_i)$$

und

$$\overline{\varepsilon^2} = \overline{\varepsilon'^2} + \overline{\varepsilon''^2} = \frac{1}{n} - \frac{1}{N} + \frac{1}{z} - \frac{1}{n} = \frac{1}{z} - \frac{1}{N}.$$

Genau das gleiche Ergebnis erhält man, wenn die Reihenfolge, in der die beiden Arten von Schwankungen betrachtet werden, umgekehrt wird: Von den N Atomen ist eine bestimmte Anzahl Z_i zum Zerfall während des Zeitintervalles τ_i „prädestiniert", und zwar ist

$$Z_i = Z(1 \pm \varepsilon_i''),$$

wobei

$$Z = N(1 - e^{-\lambda\tau})$$

und

$$\overline{\varepsilon''^2} = \frac{1}{Z} - \frac{1}{N}.$$

Diese prädestinierten Atome sind in V nach Zufallsgesetzen verteilt; wäre ihre Zahl für jedes Intervall gleich Z, so entfielen auf den wirksamen Bezirk im Durchschnitt $z = \frac{v}{V} Z$, im Einzelfalle (τ_i) $z_i = z(1 + \varepsilon_i')$, wobei $\overline{\varepsilon'^2} = \frac{1}{z} - \frac{1}{Z}$.

Bei der Superposition erhält man analog wie früher:

$$z_i = z(1 \pm \varepsilon_i'')(1 \pm \varepsilon_i') = z(1 \pm \varepsilon_i)$$

und

$$\overline{\varepsilon^2} = \overline{\varepsilon''^2} + \overline{\varepsilon'^2} = \frac{1}{Z} - \frac{1}{N} + \frac{1}{z} - \frac{1}{Z} = \frac{1}{z} - \frac{1}{N}.$$

Das Superpositionsprinzip Svedbergs ist also anwendbar, nur ist entweder die Konzentrationsschwankung ε' für die vorhandenen (nicht für die zerfallenden) Atome und die Zerfallsschwankung ε'' für die im wirksamen Bezirk zerfallenden zu berechnen, oder aber ε'' (die Schwankung in der Zahl der „prädestinierten" Atome) für die im ganzen Volum V zerfallenden und die Konzentrationsschwankung für die zum Zerfall prädestinierten Atome.

Bei fixer Anordnung der radioaktiven Atome („solidifizierte Lösung" Svedbergs), derart, daß n Atome auf den wirksamen Bezirk entfallen, wäre das mittlere Quadrat der relativen Zerfallsschwankung: $\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{z} - \frac{1}{n}$, bei der zufälligen, wechselnden Verteilung (Lösung, Gas) ist es: $\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{z} - \frac{1}{N}$, also tatsächlich etwas vergrößert, aber in praktisch nicht in Betracht kommendem Betrage.

b) Eine unmittelbarere, wie mir scheint strengere und einer Verallgemeinerung leichter zugängliche Art der Ableitung ist folgende:

N Atome sind gegeben; die innerhalb eines Zeitintervalles τ_i im wirksamen Bezirk v zerfallenden werden gezählt. Für ein individuelles

Atom ist die Wahrscheinlichkeit, während des Intervalles τ_i im wirksamen Bezirke zu liegen, gleich $\omega_1 = \frac{v}{V}$, die Wahrscheinlichkeit, innerhalb dieser Zeit zu zerfallen, gleich $\omega_2 = 1 - e^{-\lambda \tau_i}$, somit die zusammengesetzte Wahrscheinlichkeit, beiden Bedingungen zu genügen, gleich $\omega = \omega_1 \omega_2$. Nach den vorangestellten Sätzen wird daher die Zahl der innerhalb τ_i im wirksamen Bezirke zerfallenden Atome sein:

$$z_i = z(1 \pm \varepsilon_i),$$

wobei

$$z = \omega N$$

und

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{z} - \frac{1}{N};$$

ferner ergibt sich die Wahrscheinlichkeit $w(x)$, daß gerade x Atome gezählt werden, zu $w(x) = \frac{z^x e^{-z}}{x!}$ angenähert.

3. Wird die Konstatierung eines Atomzerfalls im wirksamen Bezirk noch durch andere, ebenfalls rein zufällige Ereignisse oder Umstände bestimmt, denen die Wahrscheinlichkeiten ω_3, $\omega_4 \ldots \omega_k$ zukommen, so wird $\omega = \omega_1 \omega_2 \ldots \omega_k$, $z = \omega N$, und die Beziehungen $\varepsilon^2 = \frac{1}{z} - \frac{1}{N}$ und $w(x) = \frac{z^x e^{-z}}{x!}$ bleiben erhalten.

Um ein krasses Beispiel zu wählen: Über einer radioaktiven Lösung sei ein Szintillationsschirm angebracht, der nur aus einem bestimmten Teile der Lösung α-Partikel empfangen kann; ω_1 und ω_2 seien wie früher die Wahrscheinlichkeiten der Anwesenheit und des Zerfalls innerhalb v und τ_i; ferner sei ω_3 die Wahrscheinlichkeit, daß eine im wirksamen Bezirk emittierte α-Partikel auch wirklich den Schirm treffe (was ja von der Bewegungsrichtung abhängt); der Schirm sei mit fluoreszenzunfähigen Flecken behaftet und ω_4 sei die Wahrscheinlichkeit, daß eine auf den Schirm gelangende α-Partikel eine unverdorbene Stelle treffe; der Beobachter blicke auf den Schirm durch eine rasch rotierende undurchsichtige Scheibe mit Sektorausschnitt, so daß ω_5 die Wahrscheinlichkeit für die Sichtbarkeit einer tatsächlich erfolgten Szintillation sei; endlich entscheide ein Zensor jedesmal durch ein Würfelspiel darüber, ob der Beobachter eine wahrgenommene Szintillation ins Beobachtungsprotokoll eintragen dürfe, wobei ω_6 die Wahrscheinlichkeit eines günstigen Ausganges des Spieles sei. In diesem Falle ist $\omega = \omega_1 \omega_2 \cdots \omega_6$ und die oben aufgestellten Gleichungen für z, ε^2 und $w(x)$ bleiben gültig; nur der Absolutwert von z ist gegenüber einem normalen Beobachtungsverfahren verkleinert.

Ich habe solche Komplikationen erwähnt, weil ich zunächst glaubte, die Abweichungen der experimentellen Ergebnisse Svedbergs von der Theorie auf Schwankungen in der Richtungsverteilung und Absorption der emittierten α-Partikel zurückführen zu können; obige Überlegungen zeigen, daß dies nicht der Fall ist; es folgt hieraus weiterhin, daß einige Fehlerquellen, von denen Svedberg[1]) annimmt, daß sie „eine allgemeine Unsicherheit in die Registrierung einführen" und daher die Resultate weniger zuverlässig machen, theoretisch keinen Einfluß auf die Größe der relativen Schwankung und auf das Verteilungsgesetz $w(x)$ haben können.

4. Eine bestimmte Erklärung der Differenzen zwischen Theorie und Experiment kann derzeit in der Tat nicht gegeben werden; doch zeigt eine Durchsicht der von Svedberg angegebenen Resultate, daß tatsächlich die beobachteten Werte der mittleren relativen Schwankung zwischen dem theoretischen Werte $\frac{1}{\sqrt{z}}$ und dem $\sqrt{2}$-fachen liegen; es ist kein Grund mehr vorhanden, die höheren Werte für die zuverlässigeren zu halten, sobald man eben die Svedbergsche Fassung der Theorie aufgegeben hat. Eine Vergrößerung der beobachteten Werte gegenüber den theoretischen ist aber von vornherein dann zu erwarten, wenn zwar zufällig auftretende, aber nicht unabhängig für jedes einzelne Atom geltende Bedingungen vorhanden sind, z. B. wenn ganze Schwärme von radioaktiven Atomen, die sich an Adsorptionskernen niedergeschlagen haben und mit diesen in der Lösung bewegen, in unregelmäßiger Weise in den wirksamen Bezirk eintreten oder ausbleiben, oder wenn in einem emanationshaltigen Gase durch unregelmäßig wechselnde elektrische Felder eine rasch veränderliche Verteilung des (als kurzlebig vorausgesetzten) radioaktiven Belags der Gefäßwand hervorgerufen wird usw. Diese Beispiele sollen nur die Möglichkeit einer zufälligen, aber auf viele Atome zugleich wirkenden Störungsquelle erläutern, nicht im speziellen zur Erklärung der von Svedberg erhaltenen Resultate herangezogen werden.

1) Th. Svedberg, Die Existenz der Moleküle. Leipzig 1912, S. 212 und 213.

Physikal. Institut der Universität Innsbruck, 27. Januar 1913.

(Eingegangen 31. Januar 1913.)

Das Reflexionsvermögen eines ionisierten Gases für elektrische Wellen[1].

Von J. Salpeter.

Im Jahre 1902 hat Herr Professor Lecher eine Schirmwirkung verdünnter Gase gegen elektrische Schwingungen nachgewiesen[2]), die er durch eine große Leitfähigkeit der verdünnten ionisierten Gase deutete. Nun erleidet der Begriff der Leitfähigkeit eines Gases für ein hochfrequentes Wechselfeld eine wesentliche Modifikation aus dem Grunde, daß der durch das Wechselfeld hervorgerufene Konvektionsstrom im allgemeinen gegen das Wechselfeld in der Phase verschoben sein wird. Die Leitfähigkeit eines Gases für ein hochfrequentes Wechselfeld ist erst zu definieren; im folgenden ist der Versuch gemacht worden, die Konstanten, die das Verhalten eines verdünnten ionisierten Gases in einem hochfrequenten Wechselfelde charakterisieren, durch Druck und Ionenzahl des Gases auszudrücken.

In einem ionisierten Gase nehmen die Feldgleichungen die Form an:

$$\operatorname{rot}\mathfrak{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\cdot e\cdot \Sigma \mathfrak{v}, \qquad (1)$$

$$\operatorname{rot}\mathfrak{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}. \qquad (2)$$

Dabei bedeutet $\Sigma\mathfrak{v}$ die geometrische Summe der Geschwindigkeiten sämtlicher Ionen in einem Kubikzentimeter (für die negativen Ionen ist das Vorzeichen von e und $\mathfrak{v}$ umzukehren); die Dielektrizitätskonstante und Permeabilität des Gases sind gleich 1 gesetzt worden. — Aus (1) und (2) folgt für $\mathfrak{E}$ die Differentialgleichung:

$$\Delta\mathfrak{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} + \frac{4\pi e}{c^2}\sum\frac{d\mathfrak{v}}{dt}. \qquad (3)$$

Wir nehmen nun an, es pflanze sich im Gase in der x-Richtung eine ebene, homogene Welle fort, legen die y-Achse in die Richtung der elektrischen Kraft und machen den Ansatz:

$$\mathfrak{E}_y = R\left(a\, e^{i\nu\left(t-\frac{\beta x}{c}\right)}\right). \qquad (4)$$

Die Ionen werden einerseits die Wärmebewegung mitmachen, andererseits infolge der elektrischen Kraft (4) eine schwingende Bewegung ausführen, die sich der Wärmebewegung überlagern wird. Die geometrische Summe der Geschwindigkeiten der Wärmebewegung ist Null, daher werden wir in (1) und (3) unter $\mathfrak{v}$ nur diejenige Geschwindigkeitskomponente des Ions verstehen, die es dem Felde (4) verdankt. Greifen wir ein einzelnes Ion heraus, und zwar der Einfachheit halber an der Stelle $x = 0$, so gilt für dasselbe:

$$m\frac{dv}{dt} = e\cdot a\cos\nu t, \qquad (5)$$

dabei bedeutet m die Masse des Ions und v die durch das Feld bewirkte Geschwindigkeitskomponente von $\mathfrak{v}$[1]). Gleichung (5) gilt, solange sich das Ion frei bewegt; ist t_0 der Zeitpunkt, in dem der letzte Zusammenstoß des Ions stattgefunden hat, so geht aus ihr hervor:

$$v = \frac{e}{m}\cdot\frac{a}{\nu}\left(\sin\nu t - \sin\nu t_0\right). \qquad (6)$$

Im folgenden nehmen wir an, daß die Amplitude von v klein ist im Vergleiche mit der Geschwindigkeit der Wärmebewegung. Um die Bedeutung dieser Einschränkung abzuschätzen, erinnern wir, daß die Amplitude der elektrischen Kraft in der Äquatorebene eines linearen Oszillators in der Wellenzone durch die Formel gegeben ist:

$$|\mathfrak{E}| = \frac{2\pi l}{\lambda r}\cdot I,$$

wo l die Länge des Oszillators, λ die Wellenlänge, r die Entfernung des Aufpunktes, I den Mittelwert der elektromagnetisch zu messenden Stromamplitude im Oszillator bedeutet. Damit der Aufpunkt sich wirklich in der Wellenzone befindet, muß r zumindest von der Größenordnung $10\,l$ sein. Die Amplitude von v ist daher nach (6) von der Größenordnung:

$$\frac{e}{m}\cdot\frac{I}{10c}.$$

Für ein Wasserstoffion ist beispielsweise

$$\frac{e}{m} = 2{,}9\cdot 10^{14}\,\mathrm{cm^{\frac{3}{2}}\,g^{-\frac{1}{2}}\,sec^{-1}}$$

und die Geschwindigkeit der Wärmebewegung gleich $1{,}8\cdot 10^5\,\mathrm{cm/sec^{-1}}$. Unsere einschränkende

1) Erst nachdem ich diese Arbeit bereits abgeschlossen hatte, ist mir eine Abhandlung von Herrn W. H. Eccles (On the Diurnal Variations of the Electric Waves Occuring in Nature, and on the Propagation of Electric Waves Round the Bend of the Earth, Proc. of the Roy. Soc. A **87**, 593, 79. August 1912) zu Gesicht gekommen, in der die von mir erhaltenen Resultate in nuce bereits enthalten sind. Trotzdem halte ich jedoch die Veröffentlichung meiner Arbeit nicht für überflüssig, erstens weil der von mir behandelte Fall der Diskontinuität in einem Gase durch Herrn Eccles nicht diskutiert worden ist, zweitens weil der von mir eingeschlagene Weg ein anderer ist als der von Herrn Eccles und, wie mir scheint, eher ein Abschätzen des Geltungsbereichs der Theorie gestattet.

2) E. Lecher, Schirmwirkung der Gase gegen elektrische Schwingungen. Diese Zeitschr. **4**, 32, 1903.

1) Streng genommen lautet die Bewegungsgleichung für das Ion folgendermaßen:

$$m\frac{d\mathfrak{v}}{dt} = e\cdot\mathfrak{E} + \frac{e}{c}[\mathfrak{v}\mathfrak{H}] + \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\frac{d^2\mathfrak{v}}{dt^2}$$

(man vgl. Abraham, Theorie der Elektrizität II., S. 72), jedoch sieht man leicht ein, daß in unserem Falle die Glieder $\frac{e}{c}[\mathfrak{v}\mathfrak{H}]$ und $\frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\frac{d^2\mathfrak{v}}{dt^2}$ verschwindend klein sind gegenüber $e\mathfrak{E}$.

Voraussetzung verlangt also in diesem Falle, daß I klein sei gegenüber 1000 Ampere; dies trifft wohl für die meisten hier in Betracht kommenden Experimente zu[1]).

Aus der Annahme, daß v klein ist gegenüber der Geschwindigkeit der Wärmebewegung, folgt, daß die Anzahl der Zusammenstöße, die ein Ion in einer Sekunde erleidet, in Anwesenheit des hochfrequenten Wechselfeldes dieselbe ist, wie ohne Feld. Sei Z die Stoßzahl und N die Anzahl der Ionen pro 1 cm³, so finden in der Zeit von t bis $t+dt$ $N \cdot Z \cdot dt$ Zusammenstöße statt. Nennen wir t' die Differenz $t-t_0$, so ist die Anzahl derjenigen Ionen, die den Zeitraum t' frei durchlaufen haben und im Zeitintervall $(t,\ t+dt)$ zusammenstoßen, nach einem Satze der kinetischen Gastheorie gleich

$$NZ\,dt \cdot \frac{1}{\delta} e^{-\frac{t'}{\delta}} dt', \qquad (7)$$

wo $\delta = \frac{1}{Z}$ gesetzt worden ist. Jedes der zusammenstoßenden Ionen büßt beim Zusammenstoß seine Geschwindigkeit:

$$v(t, t') = \frac{e}{m} \cdot \frac{a}{\nu} \{\sin \nu t - \sin \nu (t-t')\} \qquad (6a)$$

vollständig ein; die Geschwindigkeit, die das Ion unmittelbar nach dem Zusammenstoße hat, ist ja reine Wärmegeschwindigkeit. Die Summe der Beschleunigungen aller zur Zeit t zusammenstoßenden Ionen ist daher gleich

$$-NZ \cdot \int_0^\infty v(t, t') \cdot \frac{1}{\delta} e^{-\frac{t'}{\delta}} dt'. \qquad (8)$$

Die Summe der Beschleunigungen der zur Zeit t nicht zusammenstoßenden Ionen ist gleich $N \cdot \frac{ea}{m} \cos \nu t$, somit die Gesamtbeschleunigung gleich

$$\sum \frac{dv}{dt} = N \cdot \frac{ea}{m} \cos \nu t - NZ \cdot \int_0^\infty v(t, t') \cdot \frac{1}{\delta} e^{-\frac{t'}{\delta}} dt' = N \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{\nu/Z^2}{1+(\nu/Z)^2} \cdot a \cos \nu t - N \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{\nu/Z}{1+(\nu/Z)^2} \cdot a \sin \nu t. \qquad (9)$$

Setzen wir der Kürze halber

$$\varepsilon = Ne \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{(\nu/Z)^2}{1+(\nu/Z)^2}, \qquad (10)$$

$$\sigma = Ne \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{1}{Z} \cdot \frac{1}{1+(\nu/Z)^2}, \qquad (11)$$

so ergibt sich aus (1), (3) und (9):

$$\operatorname{rot} \mathfrak{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} (\alpha \cdot \int \mathfrak{E}\, dt + \sigma \mathfrak{E}), \qquad (12)$$

$$\Delta \mathfrak{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} + \frac{4\pi\sigma}{c^2} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \frac{4\pi\alpha}{c^2} \mathfrak{E}. \qquad (13)$$

Durch Anwendung des Poytingschen Theorems ergibt sich aus (12) und (2), daß die Abnahme der elektrischen Energie pro Zeiteinheit im Mittel gleich $\sigma \mathfrak{E}^2$ ist. Es läßt sich auch durch direkte Rechnung zeigen, daß die bei den Zusammenstößen verloren gehende lebendige Kraft der Ionen pro Zeiteinheit gleich $\frac{\sigma a^2}{2}$ ist. Insofern dürfen wir also die Konstante σ als die Leitfähigkeit des Gases für ein hochfrequentes Wechselfeld ansehen. Gleichung (11) können wir noch in der Form schreiben:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \frac{1}{1+(\nu/Z)^2}. \qquad (11a)$$

Dabei bedeutet σ_0 den Wert von σ für $\nu = 0$. Setzen wir $\sigma_0 = N \cdot e \cdot u_0$, so resultiert aus (11) und (11a):

$$u_0 = \frac{e}{mZ},$$

die bekannte Langevinsche Formel für die Ionenbeweglichkeit.

Aus (11a) ergibt sich, daß die Leitfähigkeit eines ionisierten Gases für ein hochfrequentes Wechselfeld bei kleinem Druck nur einen geringen Bruchteil der Leitfähigkeit desselben Gases für Gleichstrom ausmacht. Handelt es sich beispielsweise um Wasserstoff vom Druck etwa 0,07 mm und um Frequenzen von der Größenordnung $\nu = 10^7$, so ist — da Z für Wasserstoff bei atmosphärischem Druck gleich 10^{10} ist — ν/Z von der Größenordnung 10, folglich σ von der Größenordnung $\frac{\sigma_0}{100}$. Daraus ist ersichtlich, daß die von Herrn Professor Lecher beobachtete Schirmwirkung nur zum geringen Teil der Leitfähigkeit des Gases zugeschrieben werden kann.

Aus dem Ansatz (4) folgt:

$$\int \mathfrak{E}\, dt = -\frac{1}{\nu^2} \cdot \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t},$$

was, in (12) eingesetzt, gibt:

$$\operatorname{rot} \mathfrak{H} = \frac{1}{c} \left(1 - \frac{4\pi\alpha}{\nu^2}\right) \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} \mathfrak{E}, \qquad (14)$$

oder, wenn wir

$$1 - \frac{4\pi\alpha}{\nu^2} = \varepsilon \qquad (15)$$

setzen,

$$\operatorname{rot} \mathfrak{H} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} \mathfrak{E}. \qquad (14a)$$

1) Handelt es sich um Elektronen, so müßte allerdings, wenn r nur von der Größenordnung $15\,l$ ist, I klein sein gegen 1 Ampère.

Es verhält sich also ein ionisiertes Gas elektrischen Wellen gegenüber wie ein Halbleiter von der Dielektrizitätskonstante

$$\varepsilon = 1 - \frac{4\pi N e^2}{m(Z^2 + \nu^2)}$$

und von der Leitfähigkeit

$$\sigma = Ne \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{Z}{Z^2 + \nu^2}.$$

Diese Analogie ist zwar eine rein formale, weil nach (15) ε wesentlich kleiner ist als 1 (und auch negativ sein kann); es ergeben sich aber aus ihr sofort der Brechungsindex n und der Extinktionskoeffizient $\varkappa$ des Gases für elektrische Wellen. Es ist nämlich[1])

$$n^2 = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\varepsilon^2 + \frac{16\pi^2\sigma^2}{\nu^2}} + \varepsilon\right),$$

$$\varkappa^2 = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\varepsilon^2 + \frac{16\pi^2\sigma^2}{\nu^2}} - \varepsilon\right).$$

Ferner ist das Reflexionsvermögen einer Schicht ionisierten Gases, die an Vakuum bzw. nicht ionisiertes Gas grenzt, gleich

$$r = \frac{(n-1)^2 + \varkappa^2}{(n+1)^2 + \varkappa^2}. \qquad (16)$$

Für

$$N = \frac{m(Z^2 + \nu^2)}{4\pi e^2}$$

wird

$$\varepsilon = 0, \quad \sigma = \frac{1}{4\pi} Z, \quad n = \varkappa = \sqrt{\frac{Z}{2\nu}}$$

und

$$r = \frac{(\sqrt{Z/2\nu} - 1)^2 + Z/2\nu}{(\sqrt{Z/2\nu} + 1)^2 + Z/2\nu}.$$

Für Wasserstoff beim Druck 0,07 mm und für Frequenzen von der Größenordnung $\nu = 10^7$ ist dann $r = 0{,}42$; die hierzu erforderliche Ionenzahl ist rund gleich 10^8, eine durchaus nicht unerreichbare Zahl. Beachtenswert ist, daß dabei die Leitfähigkeit des Wasserstoffs rund gleich 10^5 wäre (die Leitfähigkeit des Kupfers ist gleich $5 \cdot 10^{17}$).

1) Vgl. z. B. M. Abraham, Theorie der Elektrizität, I., S. 285.

Wien, Januar 1913.

(Eingegangen 1. Februar 1913.)

Drehspulgalvanometer mit vergrößerter Empfindlichkeit.

Von H. Rohmann.

§ 1. Die Empfindlichkeit eines Drehspulgalvanometers ist abhängig von der Windungsfläche der Spule, von ihrer Richtkraft und von der Stärke des magnetischen Feldes. Eine Vergrößerung der Empfindlichkeit über das in den gebräuchlichen Galvanometertypen erzielte Maß hinaus würde kaum auf konstruktive Schwierigkeiten stoßen. So lassen sich zum Beispiel mit ganz einfachen Mitteln viel größere Feldstärken herstellen, als sie für gewöhnlich verwandt werden. Hinderlich ist nur die Dämpfung, welche dabei im Quadrat der Empfindlichkeit wächst, und ihr dadurch eine Grenze setzt, daß bei dem gebräuchlichen Meßverfahren (Beobachtung eines konstanten Ausschlags) die Dämpfung nicht größer sein darf, als es dem aperiodischen Grenzzustand des beweglichen Systems entspricht. Wird diese Grenze überschritten, so macht sehr bald die große Einstelldauer (Kriechen) die Empfindlichkeitssteigerung illusorisch.

Es sollen nun im folgenden Anordnungen und Meßverfahren beschrieben werden, welche es gestatten, unter Anwendung sehr hoher Feldstärken (und auch entsprechender Dämpfungen) zu arbeiten, so, daß dabei eine Steigerung der Empfindlichkeit erzielt wird, aber doch die Nachteile der Dämpfung vermieden werden.

Es werden dazu Galvanometer mit variablem, durch Elektromagnete erzeugtem Magnetfeld verwandt.

Das Prinzip der ersten Methode ist kurz folgendes: Das (als homogen vorausgesetzte) Magnetfeld hat zuerst einen solchen Wert H_0, daß das bewegliche System sich im aperiodischen Grenzzustand befindet. Die Nullage des Instruments ist diejenige, wo die Windungsebene mit den Kraftlinien zusammenfällt. Fließt ein konstanter Strom durch die Spule, so gibt sie einen der Empfindlichkeit entsprechenden Ausschlag. Dieser Ausschlag wird nun vergrößert, indem man das Magnetfeld auf einen großen Wert H ansteigen läßt, und es dann kurz darauf wieder auf den alten Wert H_0 bringt. Bei diesen Feldänderungen entstehen in der Drehspule (welche durch kleinen Widerstand geschlossen sein soll) Induktionsströme, die groß sind gegen den konstanten Strom, der den ursprünglichen Ausschlag hervorrief, und die sie im Felde in Bewegung setzen. Beim Wachsen des Feldes, das in einer unten näher beschriebenen Art vor sich gehen soll, wird die Spule nach der Nullage gezogen, beim Abnehmen des Feldes wird sie davon weggestoßen; der Weg, den sie im

zweiten Fall zurücklegt (ballistischer Ausschlag), ist größer als der erste. Man erhält so eine Vergrößerung des ursprünglichen Ausschlags auf das ca. $^1/_2\, H/H_0$-fache.

Bei der zweiten Methode wird die Tatsache benutzt, daß eine in einem sehr starken (konstanten) Magnetfelde befindliche Drehspule sich mit großer Annäherung so bewegt, daß der von ihr zurückgelegte Weg in jedem Augenblick der durch sie gegangenen Elektrizitätsmenge proportional ist[1]).

Die Spule befindet sich ursprünglich in einem starken Felde in der Nullage. Dann wird durch sie eine bestimmte Elektrizitätsmenge hindurchgeschickt, sie bewegt sich um den entsprechenden Winkel und dieser Ausschlag wird jetzt vergrößert, indem das Magnetfeld plötzlich auf einen kleinen Wert gebracht wird. Der so hergestellte ballistische Ausschlag ist ein Maß für die Elektrizitätsmenge und er ist ca. $^1/_2\, H/H_0$-mal größer als derjenige, den man für dieselbe Elektrizitätsmenge in dem schwachen Felde H_0 nach der gewöhnlichen ballistischen Methode erhalten hätte. Außerdem braucht die zu messende Elektrizitätsmenge hier nicht in sehr kurzer Zeit (als Stromstoß) durch die Spule geschickt zu werden, sondern kann auch in Form eines längere Zeit fließenden, konstanten Stromes durchgehen.

Experimentell werden beide Methoden ausgeführt an demselben Galvanometer, das mit variablem Magnetfeld und mit kurz zu schließender Drehspule, bzw. mit einer zweiten kurz geschlossenen Wickelung auf der Spule versehen ist.

§ 2. Um die Wirkungsweise der Instrumente zu übersehen, betrachten wir zunächst die Bewegung der Drehspule im zeitlich variablem Magnetfeld etwas genauer.

Das Feld wird homogen angenommen, die Drehachse der Spule steht zu den Kraftlinien senkrecht. Die Winkel x, die die Windungsebene der Drehspule mit den Kraftlinien bildet, sollen, wenn nicht ausdrücklich anders angegeben, immer so klein bleiben, daß der Sinus mit dem Bogen vertauscht werden kann. Die Spule soll zunächst stromlos sein und auch keine mechanische Richtkraft erfahren, so daß sie bei konstantem Feld in jeder willkürlichen Lage in Ruhe ist. Der Widerstand der Spule sei w (inkl. Schließung), ihre Windungsfläche f, ihr Trägheitsmoment m. Das Magnetfeld werde von einem bestimmten Ausgangswert H_0, bei dem die Spule unter dem Winkel x_0 in Ruhe ist, auf einen beliebigen Wert H gebracht. Dabei wird in der Spule ein Strom induziert, der sie im Magnetfeld in Bewegung setzt. Die dabei induzierte EMK ist:

$$\frac{d}{dt}(f \cdot H \cdot x) = f\frac{dH}{dt} \cdot x + f \cdot H\frac{dx}{dt}.$$

Wenn man die Selbstinduktion der Spule vernachlässigen darf, wird der Strom dieser EMK proportional und man erhält ein Drehmoment:

$$\frac{f^2 H}{w}\left(H\frac{dx}{dt} + \frac{dH}{dt}x\right). \qquad (1)$$

Die Bewegungsgleichung wird also:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{f^2H^2}{w} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{f^2 H}{w}\frac{dH}{dt} \cdot x = 0. \qquad (2)$$

Strenge Lösungen dieser Gleichung für plausible Annahmen über die Art der Änderung von H werden (soweit sie herstellbar sind) ziemlich kompliziert sein. Ich muß mich daher mit genäherten Lösungen begnügen, die unter speziellen Voraussetzungen gewonnen sind, und zwar sollen verschiedene Annahmen über die Art der Verstärkung und die der Verkleinerung des Feldes gemacht werden, entsprechend der Arbeitsweise unserer Instrumente.

Verstärkung des Feldes.

Das Feld soll von dem Werte H_0 auf den größeren Wert H gebracht werden, H_0 und H sollen vom gleichen Vorzeichen sein und das Wachsen von H soll so langsam vor sich gehen, daß in (2) das erste, die Beschleunigung enthaltende Glied, vernachlässigt werden darf. (Ähnlich wie bei der Bewegung eines schwingenden Systems, das stark überaperiodisch gedämpft ist.)

Dann gilt:

$$H\frac{dx}{dt} + x\frac{dH}{dt} = \frac{d}{dt}(xH) = 0 \qquad (3)$$

und also:

$$xH = x_0H_0 = \text{const.} \qquad (4)$$

Der Ausschlag bleibt also immer auf derselben Seite der Nullage und wird im Verhältnis H/H_0 verkleinert.

Eine genauere Betrachtung über die Bedingungen, unter denen diese Lösung gültig ist, verdanke ich einer freundlichen Mitteilung von Herrn Prof. v. Mises.

Schreibt man (2) in der Form:

$$\frac{d}{dt}(H \cdot x) = -\frac{m}{H} \cdot \frac{w}{f^2}\frac{d^2x}{dt^2}$$

und integriert von $t = 0$ bis $t = t$, so wird:

$$Hx - H_0x_0 = -\left|\frac{m \cdot w}{f^2 H} \cdot \frac{dx}{dt}\right|_0^t +$$

1) In dem Grassot-Fluxmeter wird das zur Messung von Induktionsstößen benutzt. E. Grassot, Journ. de Physique (4) 3, 696, 1904.

$$+\frac{wm}{f^2}\int_0^t \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{H}\right)\cdot\frac{dx}{dt}\cdot dt.$$

Für $t=0$ und $t=t$ soll die Spule in Ruhe sein; das erste Glied rechts fällt daher weg. Das zweite liegt zwischen

$$0 \text{ und } \frac{wm}{f^2}M(x-x_0);$$

wenn vorläufig angenommen wird, daß $\frac{dx}{dt}$ immer negativ ist, und wenn M der absolut genommen größte Wert von $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{H}\right)$.

Also:

$$0 \leq H x - H_0 x_0 \leq \frac{wm}{f^2}M(x-x_0)$$

oder:

$$x_0\frac{H_0}{H} \leq x \leq x_0\frac{H_0-\frac{wm}{f^2}M}{H-\frac{wm}{f^2}M}. \qquad (4a)$$

$\frac{dx}{dt}$ wird nun immer negativ sein, wenn $H\frac{dH}{dt} > 0$ während des ganzen Verlaufs. Eine Umkehr der Bewegung könnte nämlich dann nur bei negativen Werten von x stattfinden; (4a) läßt aber keine negativen Werte zu, bei denen die Spule in Ruhe ist.

Die Verstärkung des Feldes wird nun (s. u.) dadurch erzeugt, daß im Stromkreis eines Elektromagneten ein entsprechender Widerstand ausgeschaltet wird. Der zeitliche Verlauf ist dann:

$$H = H_0 + (1-e^{-\alpha t})H',$$

wo α die reziproke Zeitkonstante. Es wird: $\frac{dH}{dt}$ immer positiv, wie eben angenommen. Das Maximum von $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{H}\right)$ wird:

$$M = \frac{3}{4}\cdot\alpha\cdot\frac{1}{H_0+H'}.$$

Die genäherte Lösung (4) wird also so weit richtig sein, als

$$\frac{w\cdot m}{f^2}\frac{3}{4}\cdot\alpha\frac{1}{H}$$

gegen H_0 zu vernachlässigen ist.

Verkleinerung des Feldes.

Das Feld soll nun von einem Werte H, bei dem die Spule die Stellung x einnimmt, auf den kleineren Wert H_0 (vom selben Vorzeichen) gebracht werden. Die Feldänderung soll so schnell vor sich gehen, daß sich während ihrer Dauer die Spule nicht merklich aus der Anfangsstellung herausbewegt; sie erfährt dann einen Impuls, dessen Größe sich aus (2) zu

$$m v_0 = x\cdot\frac{f^2}{w}\cdot\frac{H^2-H_0^2}{2} \qquad (9)$$

berechnet. Mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 bewegt sich dann das System ballistisch im konstanten Felde H_0.

Dabei gilt:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{f^2}{w}H_0^2\frac{dx}{dt}=0;\quad v=v_0e^{-\frac{f^2H_0^2}{wm}t}, \qquad (10)$$

und es wird die im ganzen zurückgelegte Strecke:

$$\triangle x = \int_0^\infty v\,dt = v_0\frac{w\cdot m}{f^2H_0^2}. \qquad (11)$$

Nach Beendigung der Bewegung nimmt also die Spule eine Stellung x' ein:

$$x' = x+\triangle x = x\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{H^2+H_0^2}{H_0^2} \qquad (12)$$

oder wenn H_0^2 gegen H^2 zu vernachlässigen ist, einfach:

$$x' = x\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{H}{H_0}\right)^2. \qquad (12')$$

Der neue Ausschlag liegt nach derselben Seite, wie der ursprüngliche; wie aus der Ableitung ersichtlich, muß er nicht auf kleine Winkel beschränkt sein.

Läßt man die beiden oben beschriebenen Feldänderungen nacheinander auf die Drehspule wirken, so erhält man eine Vergrößerung des ursprünglichen Ausschlagswinkels im Verhältnis:

$$x'/x_0 = \frac{1}{2}\cdot\frac{H}{H_0}. \qquad (13)$$

§ 3. Die Anwendung zur Vergrößerung der Ausschlagswinkel eines Drehspulgalvanometers geschieht nun in der oben skizzierten Weise. Der ursprüngliche Ausschlagswinkel x_0 ist dabei gegeben durch die Stellung, welche die Drehspule in dem konstanten Felde H_0 einnimmt unter der Wirkung des in ihr fließenden, zu messenden Stromes und der Richtkraft der Aufhängung. Während der Vergrößerung des Ausschlags wirken also auf die Spule noch diese Drehmomente, die bei stärkern Feldern oder bei Bewegung nicht mehr im Gleichgewicht sind. In den obigen Überlegungen haben wir den Einfluß des so resultierenden Drehmoments vernachlässigt. Man übersieht, daß das für die Verstärkung gestattet sein wird, falls die Änderungen des Magnetfeldes schnell vor sich gehen und groß sind. Genauere Daten finden sich bei der Besprechung der zweiten Methode und bei der experimentellen Ausführung.

Von größerem Einfluß ist die Vernachlässigung der Richtkraft auf die Berechnung des ballistischen Ausschlags x'. Ist eine Richtkraft vorhanden, dann ändert sich nicht die Anfangsgeschwindigkeit, mit der das System die Ruhelage verläßt, aber es kehrt natürlich die Spule nach Erreichung eines größten Ausschlags um und geht in die Ruhelage zurück. Der Umkehrpunkt soll als Maß für den ursprünglichen Ausschlag dienen. Wenn wir annehmen, daß das bewegliche System im Felde H_0 gerade im aperiodischen Grenzzustand ist, so würde sich statt (11) ergeben:

$$\Delta x = v \cdot \frac{2\,w \cdot m}{e\,f\,H_0^{\,2}}, \qquad (11a)$$

wo $e = 2{,}718\ldots$, die Basis der natürlichen Logarithmen und es wären (12) und (13) zu ändern in:

$$x' = x\,\frac{1}{e}\left(\frac{H}{H_0}\right)^2 \qquad (12a)$$

$$x'/x_0 = \frac{1}{e}\cdot\frac{H}{H_0}. \qquad (13a)$$

Für die experimentelle Ausführung bemerkt man, daß es nicht notwendig ist, von der Nullstellung der Spule auszugehen. Wenn die stromlose Drehspule an sich schon um einen kleinen Winkel gegen die Kraftlinienrichtung gedreht ist, gibt doch die Differenz der in der geschilderten Weise erzeugten ballistischen Ausschläge bei stromloser und stromdurchflossener Spule den Wert (13) bzw. (13a).

§ 4. Stark gedämpftes Drehspulgalvanometer, benutzt zur Messung von Elektrizitätsmengen.

Wir betrachten dazu die Bewegung der dauernd durch einen bestimmten Widerstand geschlossenen Drehspule, welche sich in einem starken konstanten Magnetfeld H befindet, und durch die ein (eventuell variabler) Strom i fließt. Die Direktionskraft der Spule sei k; dann ist mit den frühern Bezeichnungen:

$$m\frac{d^2x}{dt} + a\frac{dx}{dt} + k\cdot x = i_t \cdot f \cdot H = k_t, \qquad (14)$$

wo

$$a = \frac{f^2H^2}{w}.$$

Wir nehmen an, H sei N mal so stark als dasjenige Feld H_0, bei dem aperiodischer Grenzzustand vorhanden ist. N soll eine Zahl von der Größenordnung 10 oder 100 sein.

Dann gilt:

$$a_0^{\,2} = \left(\frac{f^2H_0^{\,2}}{w}\right)^2 = 4k\cdot m;\ a^2 = 4N^4k\cdot m$$

Ferner ist die halbe Schwingungsdauer des ungedämpften Systems:

$$\tau = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Die Lösung von (14) ist, wenn k/a gegen a/m vernachlässigt wird:

$$x = \frac{1}{a}\int_0^t e^{-\frac{k}{a}(t-t')}\left(1 - e^{-\frac{a}{m}(t-t')}\right)K_t\,dt' \qquad (15)$$

$$+ x_0 e^{-\frac{k}{a}t}.$$

Wenn wir uns also auf die Betrachtung solcher Zeiten t beschränken, für die $e^{-\frac{k}{a}t}$ noch gleich 1 gesetzt werden darf, für die also gilt:

$$\frac{k}{a}t = \frac{1}{n};\ t = \frac{a}{k}\cdot\frac{1}{n} = 2\frac{N^2}{n}\frac{\tau}{\pi}$$

(n soll dabei wieder eine Zahl 10, 100 sein), dann fällt die durch das zweite Glied in (15) gegebene Eigenbewegung der Spule fort, die Spule kann für eine solche Zeit gewissermaßen als feststehend betrachtet werden, wenn kein Strom durch sie fließt; und es ist der Weg, den das System zurücklegt:

$$x = \frac{1}{a}\int_0^t\left(1 - e^{-\frac{a}{m}(t-t')}\right)K_t\,dt'. \qquad 16)$$

Wenn nun K_t merkliche Werte nur hat zur Zeit $t = 0$, wenn also etwa ein Stromstoß durch die Spule hindurchgesandt wird, dann ist das zweite Glied in der Klammer des Integranten einfach: $e^{-\frac{a}{m}t}$ und wenn die Zeit t, zu der die Verschiebung beobachtet wird, von der oben angenommenen Größenordnung ist, wird der Exponent: $\frac{a}{m}t = \frac{4N^4}{n}$, und N und n sind sicher so wählbar, daß $\frac{a}{m}t$ eine große Zahl ist, so daß man die Drehung einfach setzen kann:

$$x = \frac{1}{a}\int_0^t K_t\,dt' = \frac{f\cdot H}{a}\int i\,dt, \qquad (17)$$

d. h. in diesem praktisch meist realisierten Fall ist der Weg, den die Spule zurücklegt, einfach proportional der hindurchgegangenen Elektrizitätsmenge.

Man sieht, daß das gleiche auch noch gelten kann, und meistens gelten wird, wenn der Strom i nicht impulsartig verläuft. Wenn i z. B. konstant ist während der Zeit t, so wäre an (17) eine Korrektion:

$$\delta x = -\frac{e^{-\frac{a}{m}t}\cdot i f\cdot H}{a}\int_0^t e^{\frac{a}{m}t'}\,dt' = -\frac{1}{a}\cdot i f H\cdot$$

$$\cdot \frac{m}{a} \cdot \left(1 - e^{-\frac{a}{m} t}\right)$$

anzubringen, die für einen wie oben gewählten Wert von $a/m \cdot t$ sehr klein wird.

In dieser Form ist das Instrument nun sehr unempfindlich, da die Ausschläge für eine bestimmte Elektrizitätsmenge umgekehrt proportional H sind; also um so kleiner werden, je genauer die Bedingungen eingehalten werden sollen.

Wird jetzt aber durch plötzliche Veränderung das Feld auf den Wert H_0 gebracht, so vergrößert sich der vorhandene Ausschlag nach (12a) im Verhältnis $\frac{1}{e}\left(\frac{H}{H_0}\right)^2$ und man hat in dem ballistischen Ausschlage x' ein Maß für die angewandte Elektrizitätsmenge.

$$x' = \frac{H}{H_0} \cdot \frac{1}{e} \frac{w}{f H_0} \int_0^t i\,dt. \qquad (18)$$

Nach der gewöhnlichen ballistischen Methode bei dem Felde H_0 hätte man für dieselbe Elektrizitätsmenge einen Ausschlag

$$x'_1 = \frac{2}{e} \frac{w}{f H_0} \int_0^t i\,dt$$

erhalten.

Praktisch ergibt sich also folgendes:

Das neue Instrument hat eine Empfindlichkeit, die das $\frac{1}{2} H/H_0$-fache des gewöhnlichen ballistischen Galvanometers ist; die zur Messung nötigen Zeiten sind im wesentlichen dieselben. Komplikationen, wie sie durch die zur Feldänderung nötigen Handgriffe entstehen, können durch Anwendung automatischer Kontaktvorrichtungen beseitigt werden. Dabei besteht der prinzipielle Vorteil, daß die zu messende Elektrizitätsmenge nicht mehr in einem Stromstoß fließen muß. Methoden zur genaueren Messung, wie die durch Multiplikation, können hier durch viel einfachere ersetzt werden. Man sendet einfach dieselbe Elektrizitätsmenge mehrmals durch das stark gedämpfte System und vergrößert erst dann.

Auch hier braucht als Ausgangsstellung der Drehspule nicht die mit zu den Kraftlinien paralleler Windungsebene zu dienen. Die Differenz der ballistischen Ausschläge bei stromloser und stromdurchflossener Drehspule ist das frühere Maß. Praktisch wird man natürlich immer diesen Weg einschlagen müssen.

Übrigens ist die Elektrizitätsmenge, welche bei der plötzlichen Feldschwächung durch die Drehspule fließt, dieselbe wie sie vorher durch die Spule geflossen ist und den Ausschlag hervorgebracht hat (wenn dieser Ausschlag von der Nullage aus erfolgte und das Feld merklich auf den Wert Null gebracht wird). Die Vorrichtung wirkt also gewissermaßen wie ein Akkumulator. Eine Elektrizitätsmenge, die in längerer Zeit aufgespeichert wurde, wird plötzlich zur Wirkung gebracht. Man könnte diesen Stromstoß auch zur Betätigung irgendeines zweiten Galvanometers benutzen.

Experimentelle Ausführung.

§ 5. Zur Herstellung eines Versuchsinstruments wurden Teile eines empfindlichen Drehspulgalvanometers von Hartmann & Braun benutzt. Das Magnetfeld ist dabei nicht ein homogenes, sondern wird zwischen zylindrisch ausgebohrten Polschuhen erzeugt, zwischen denen sich mit kleinem Luftzwischenraum ein Eisenzylinder befindet. (Unsere Überlegungen gelten auch für diesen Fall.) Polschuhe und Eisenzylinder sind aus massivem Metall hergestellt. Das Feld wurde erzeugt durch einen Elektromagneten, dessen Kern aus dünnem Transformatorenblech hergestellt war. Für eine plötzliche Feldabnahme, wie wir sie oben vorausgesetzt haben, wäre es günstiger gewesen, alles aus unterteiltem Eisen anzufertigen, doch erwies sich die Änderung noch als hinreichend schnell. Die Selbstinduktion des Elektromagnetkreises war ungefähr $^1/_{10}$ Henry, er war unter Einschalten eines entsprechenden Widerstandes an die Akkumulatoren angelegt. Das Feld H_0 ergab dann aperiodischen Grenzzustand. Ein Teil des Vorschaltwiderstandes, bzw. der ganze konnte durch einen parallel geschalteten Schlüssel kurz geschlossen werden.

Das Feld geht dabei nach $H = H_0 + (1 - e^{-\alpha t}) H'$ auf einen höheren Wert H. Die Zeitkonstante des Elektromagnetstromkreises $(= 1/\alpha)$ beträgt etwa $^1/_{10} \frac{1}{\text{sec}}$ so daß das Feld in etwa einer Sekunde seinen Endwert erreicht. Die Zeitkonstante war zu klein nach der oben aufgestellten Bedingung für das Anwachsen des Feldes; es ergaben sich aber daraus keine wesentlichen Änderungen im Verhalten des Instruments; nur ist die berechnete Vergrößerung der Ausschläge etwas von der beobachteten verschieden (s. u.). Andererseits ist die Zeit, in der das Feld wächst, klein genug für eine bequeme Handhabung des Instruments.

Das Feld wird durch Öffnen des Schlüssels auf seinen Ausgangswert H_0 gebracht. Die Schnelligkeit der Feldabnahme hängt, wenn man absehen kann von Wirbelströmen im Eisenkern, nur ab von der Art und Weise, wie sich der Widerstand des Schlüssels beim Öffnen vergrößert.

Es wurde einfach ein springender Schlüssel verwandt, der bei entsprechender Handhabung genügend gleichmäßig arbeitete. Unregelmäßigkeiten beim Öffnen, wie man sie mit einem nicht geeigneten Schlüssel erhält, machen sich in Abweichungen bei der Ausschlagsvergrößerung geltend. Am besten wäre eine automatisch arbeitende Vorrichtung.

Beim Stromdurchgang erwärmt sich der Elektromagnet etwas. Es wurde daher dauernd der dem kleinen Feld entsprechende Strom durch die Wicklung geschickt, um die Temperaturverteilung stationär zu machen. Der stärkere Strom fließt immer nur kurze Zeit und stört wenig.

Die Drehspule von rechteckigem Querschnitt 2×4 cm ist frei (ohne Rahmen) gewickelt. Sie besitzt zwei Wickelungen, I. 700 Windungen, 600 Ohm; II. 195 Windungen, 50 Ohm. Die Aufhängung bildet ein dünnes Platin-Nickelband. Dieses und zwei dünne Silberbänder vermitteln die Stromzuführung zur Spule. Die Schwingungsdauer (ungedämpft) war 3 Sek. Beobachtet wurde mit Spiegel und Skala in ca. 50 cm Entfernung.

Die erste Beobachtung lehrte, daß die Spule nicht ganz unmagnetisch ist. Im starken Feld zeigte sie das Bestreben sich in irgendeine Lage einzustellen und ihre Schwingungsdauer nahm stark ab. Das rührte offenbar davon her, daß die Spule nicht ganz symmetrisch zwischen den Polschuhen hing. Es läßt sich jedoch durch Neigen des Instruments vermittelst der Fußschrauben erreichen, daß die Einstellung mit der durch die Richtkraft gegebenen zusammenfällt und daß gleichzeitig die Verminderung der Schwingungsdauer unmerklich wird.

Mit dem Magnetismus der Spule hängt wohl auch das vom theoretischen etwas abweichende Verhalten bei der Vergrößerung der Ausschläge zusammen.

Wenn man der Spule (bei kurzgeschlossenen Wicklungen) durch Drehen des Torsionskopfes willkürliche Anfangsstellungen im Feld H_0 gibt, und dann die beiden Felddänderungen hervorruft, so ist für größere ursprüngliche Winkel das Verhalten ganz das berechnete. Die Spule wird beim Feldvergrößern zur Nullstellung hingezogen, steht dann still und wird bei der Schwächung des Feldes nach der alten Seite herausgeworfen. Werden die Winkel aber klein, etwa unter 1 cm der Skala, so finden folgende Abweichungen statt. Steht die Spule ursprünglich auf der linken Seite der Nullstellung, so wird sie noch nach dieser hingezogen, aber dann nach rechts herausgeworfen.

Steht die Spule ursprünglich rechts, so wird sie zur Nullstellung hingezogen und dann aber nach rechts unverhältnismäßig stark herausgeworfen. Es rührt die Abweichung also nicht etwa davon her, daß entgegen den Voraussetzungen, unter denen (12) abgeleitet wurde, die Trägheit der Spule nicht zu vernachlässigen ist. Wir werden vielmehr annehmen können, daß auf die (magnetische) Spule in der Nähe des Nullpunktes noch ein unkompensierter Rest der H^2 proportionalen Kräfte wirkt, der für kleine Winkel von Belang wird, da dann die Induktionsströme klein sind. Ich habe die Abweichungen nicht näher untersucht, da sich herausstellt, daß sie die Messungen mit dem Instrument weiter nicht beeinträchtigen.

Für die unten wiedergegebenen Messungen wurde Wickelung I der Spule dauernd kurz geschlossen. Nur durch II wurde der zu messende Strom geschickt, wobei der äußere Widerstand sehr hoch genommen war. Es weicht das etwas ab von der Anordnung, die oben betrachtet wurde. Man übersieht aber leicht, daß sich nichts Wesentliches ändert. Die Empfindlichkeit wird allerdings kleiner, aber das Arbeiten mit dem Instrument ist einfacher, da man den Widerstand, durch den II geschlossen ist, ändern, ihn vor allem auch sehr groß nehmen kann, ohne die Dämpfung zu ändern.

Quantitativ bleiben bei der ersten Methode alle Beziehungen erhalten, ein Ausschlag wird im Verhältnis $1/e \cdot H/H_0$ vergrößert. Bei der zweiten Methode erhält man für eine bestimmte Elektrizitätsmenge den Ausschlag: an Stelle von (18)

$$x' = \frac{H}{H_0} \cdot \frac{1}{e} \cdot \frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{w}{f^2 H_0} \cdot \int_0^t i dt, \qquad (19)$$

wenn f_1 und f_2 die Windungsflächen von I und II.

Beispiele von Messungen nach der ersten Methode.

Es wurden dabei durch die Wicklung II, welche durch einen Widerstand von 10000 Ohm geschlossen war, kleine, durch Verzweigung hergestellte Ströme geschickt. Das Feld H_0 war durch einen Strom von ca. 0,07 Ampere, das Feld H durch einen solchen von ca. 1,7 Ampere hergestellt.

In der folgenden Tabelle bedeutet die erste Kolumne den Strom durch die Spule, die zweite die konstante Einstellung im Felde H_0, die dritte die Stellung, nachdem das Feld seinen höchsten Wert erreicht hat, und die vierte den ballistischen Ausschlag nach Verkleinerung des Feldes.

$i \times 10^{-8}$ Amp.	Einstellung der Spule i. Felde H_0 in $^1/_{10}$ mm der Skala	Stellung im Felde H	Ballistischer Ausschlag nach der Feldschwächung auf H_0
2	2338	2445	1655
2	2337	—	1655
3	2345	—	1715
3	2345	—	1714
4	2354	—	1785
4	2354	—	1788

Die Differenzen zwischen den Mittelwerten sind:

$i \cdot 10^{-8}$	Einstellung im Felde H_0	Ballistischer Ausschlag	Vergrößerung
1	7	60	8,61)
2	16	132	8,3

Wenn der Anfangspunkt durch Verdrehen der Aufhängung willkürlich geändert wurde, ergaben sich im wesentlichen immer die gleichen Vergrößerungen, auch dann, wenn die Ausgangsstellung der Nullage so nahe lag, daß die oben berührten Abweichungen vom berechneten Verhalten auftraten.

Messungen nach der zweiten Methode.

Es wurde nun das Feld H nach dem Erreichen des Höchstwertes einige Zeit (10 Sek.) konstant gelassen und erst dann die Verringerung vorgenommen. Es fließt dann während dieser Zeit eine gewisse Elektrizitätsmenge durch die Spule und es kombinieren sich die Wirkungen der ersten und der zweiten Methode.

Dabei ist nun aber zu beachten, daß im allgemeinen die Drehspule wegen der Thermoströme nicht stromlos sein wird, wenn der äußere Strom Null ist. Fließt z. B. in der kurzgeschlossenen Spule I ein gewisser Strom, so muß durch die Spule II ein entsprechender Strom fließen, damit die Wirkung des ersten gerade aufgehoben wird.

Gerade auch wegen dieser unvermeidlichen Thermoströme ist die Anordnung mit doppelter Wicklung vorteilhaft, da man die Möglichkeit zu einer bequemen Kompensation hat.

Es ergab sich:

$i \cdot 10^{-8}$ Amp.	Einstellung im Felde H_0	Schließungsdauer	Ballistischer Ausschlag
2	2339	0	1665
2	2338	0	1665
2	5339	10	1630
3	2348	0	1735
3	2348	10	1730
3	2347	0	1732
4	2356	0	1795
4	2354	0	1787
4	2355	10	1825

Bei $i = 3 \times 10^{-8}$ Amp. sind die ballistischen Ausschläge bei verschiedener Schließungsdauer gleich, der Strom von $3 \cdot 10^{-8}$ Amp. kompensiert also ungefähr die Thermoströme. Bei $2 \cdot 10^{-8}$ Amp. erhält man nach 10 Sek. Schließungsdauer einen um 35 größeren, bei $4 \cdot 10^{-8}$ Amp. einen um 35 kleineren ballistischen Ausschlag als bei 0 Sek. Dieser Ausschlag entspricht also ungefähr einer Elektrizitätsmenge von 10^{-7} Coulomb.

Es wurde nun weiter durch das Instrument durchgeschickt die Ladung einer Leidener Flasche von ca. 4000 cm, welche auf 4 Volt geladen war. Dabei ließ man den oben festgestellten Kompensationsstrom von $3 \cdot 10^{-8}$ Amp. dauernd durch Spule II fließen.

Die Ladung der Flasche ist ca. $2 \cdot 10^{-8}$ Coulomb.

Die folgende Tabelle gibt die ballistischen Ausschläge, die man erhält beim Verkleinern des Feldes, wenn null, ein oder mehrere Male die betr. Elektrizitätsmenge durch das Instrument geschickt ist. Man sieht, daß man für $1 \cdot 10^{-7}$ Coulomb wieder ca. 35 Skt. erhält.

Zahl der Entladungen	Ballistischer Ausschlag
0	1732
2	1750
1	1740
10	1791
0	1735
5	1765

Die angeführten Messungen sollen nur einen Überblick über die Wirkungsweise geben und nicht etwa Beispiele sein für die mit dem Instrument erzielbare Empfindlichkeit. Selbst an dem Versuchsinstrument ließe sich bedeutend größere Empfindlichkeit herstellen und mit entsprechend gebauten Apparaten wird man wohl die Empfindlichkeit der Panzergalvanometer weit übertreffen können.

Straßburg i. Els., Physik. Institut, 31. Januar 1913.

(Eingegangen 1. Februar 1913.)

1) Die Vergrößerung ist etwas größer als diejenige, welche sich aus $\frac{1}{e} H/H_0$ berechnet. Es liegt das wohl daran, daß das Wachsen des Feldes schneller geschieht, als es nach den bei der Rechnung eingeführten Voraussetzungen sein dürfte. Nach (4a) kann dann x größer als $\frac{H_0 x_0}{H}$ sein.

Die Transformation der ponderomotorischen Kräfte in der Relativitätstheorie.

Von M. Laue.

Herr Schaposchnikow in München macht mich brieflich darauf aufmerksam, daß der Unterschied in den Transformationsformeln, welche Herr Planck[1]) und ich[2]) im Anschluß an Herrn Abraham[3]) für die ponderomotorische Kraft angegeben haben, sich nicht so erklärt, wie ich in der Anmerkung auf Seite 141 der ersten, Seite 167 der zweiten Auflage meines Buches über das Relativitätsprinzip auseinandergesetzt habe. Ich möchte an dieser Stelle diesen Irrtum verbessern.

Diese Formeln lauten bei mir:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{K}'_{x'} &= \frac{c^2\mathfrak{K}_x - v[(\mathfrak{q}\mathfrak{K}) + R]}{c^2 - v\mathfrak{q}_x}, \\ \mathfrak{K}'_{y'} &= \mathfrak{K}_y \frac{c\sqrt{c^2 - v^2}}{c^2 - v\mathfrak{q}_x}, \\ \mathfrak{K}'_{z'} &= \mathfrak{K}_z \frac{c\sqrt{c^2 - v^2}}{c^2 - v\mathfrak{q}_x}. \end{aligned}\right| \quad (1)$$

Dabei ist $\mathfrak{K}$ die ponderomotorische Kraft, welche ein nichtmechanischer, etwa elektromagnetischer Vorgang auf einen Körper vom Volumen V und der Geschwindigkeit $\mathfrak{q}$ ausübt, R ist die von demselben Vorgang dem Körper in der Zeiteinheit zugeführte Wärme oder chemische Energie, etwa Joulesche Wärme. Bei Herrn Planck findet man statt dessen:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{F}'_{x'} &= \frac{c^2\mathfrak{F}_x - v\left\{(\mathfrak{q}\mathfrak{F}) + T\frac{dS}{dt} + V\frac{dp}{dt}\right\}}{c^2 - v\mathfrak{q}_x}, \\ \mathfrak{F}'_{y'} &= \mathfrak{F}_y \frac{c\sqrt{c^2 - v^2}}{c^2 - v\mathfrak{q}_x}, \\ \mathfrak{F}'_{z'} &= \mathfrak{F}_z \frac{c\sqrt{c^2 - v^2}}{c^2 - v\mathfrak{q}_x}. \end{aligned}\right| \quad (2)$$

wo p der auf dem Körper lastende (relative) Druck, T seine Temperatur, S seine Entropie ist. Da

$$R = T\frac{dS}{dt},$$

so unterscheiden sich die rechten Seiten dieser Formeln durch das Glied $V\frac{dp}{dt}$.

Trotzdem besteht kein sachlicher Widerspruch zwischen ihnen. Denn Herr Planck versteht unter $\mathfrak{F}$ die gesamte Kraft, die auf den Körper ausgeübt wird, und diese enthält außer dem nichtmechanischen Anteil $\mathfrak{K}$ notwendigerweise mindestens in einem der beiden Bezugssysteme K und K' einen vom Druckgefälle herrührenden, mechanischen Anteil. Selbst angenommen, daß in K grad $p = 0$ wäre, so tritt doch in K' ein Druckgefälle ein, außer wenn in K $\partial p/\partial t = 0$ ist. Es liegt dies daran, daß in K gleichzeitige Ereignisse — wie es unter dieser Annahme die Druckschwankungen sind — in K' nicht zu gleicher Zeit stattfinden. Ganz allgemein ist in beiden Bezugssystemen

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{K} - V\,\mathrm{grad}\,p.$$

Daß mit Hilfe der letzten Gleichung die Plancksche Formel mit der meinigen übereinstimmt, sieht man am besten bei Einführung des Minkowskischen Kraftvektors K, welcher zu $\mathfrak{K}$ in den Beziehungen

$$K_x = \frac{\mathfrak{K}_x}{\sqrt{c^2 - \mathfrak{q}^2}} \text{ usw.}, \qquad K_t = \frac{i}{c}\frac{(\mathfrak{q}\mathfrak{K}) + R}{\sqrt{c^2 - \mathfrak{q}^2}}$$

steht. Sein Zusammenhang mit der Kraft $\mathfrak{F}$ ist in den Gleichungen

$$P = K - \frac{V^0}{c}\,I\mathfrak{q}\alpha\partial p,$$

$$P_x = \frac{\mathfrak{F}_x}{\sqrt{c^2 - \mathfrak{q}^2}} \text{ usw.},$$

$$P_t = \frac{i}{c}\frac{(\mathfrak{q}\mathfrak{K}) + R + V\dfrac{\partial p}{\partial t}}{\sqrt{c^2 - \mathfrak{q}^2}} = \frac{i}{c}\frac{(\mathfrak{q}\mathfrak{F}) + R + V\dfrac{dp}{dt}}{\sqrt{c^2 - \mathfrak{q}^2}}$$

gegeben. (Hier ist die Rechnungsregel π meines Buches $\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + (\mathfrak{q}\,\mathrm{grad}\,p)$ benutzt.) Wendet man die Transformationsformeln für Vierervektoren auf den Vektor K an, so findet man ohne weiteres die Gleichungen (1), wendet man sie auf P an, so folgen ebenso einfach die Gleichungen (2).

(Eingegangen 21. Januar 1913.)

1) M. Planck, Ann. d. Phys. **26**, 1, 1908, Formel (22) und (32).

2) M. Laue, „Das Relativitätsprinzip", Braunschweig 1911 bzw. 1913.

3) M. Abraham, diese Zeitschr. 11, 527, 1910.

Einfache Experimente zur Phygoidentheorie.

Von Alfred Lechner.

Die Gleichung der Phygoide als die Bahnkurve eines in Luft gleitenden Flugmodells wurde zuerst von N. Joukowsky[1]) aufgestellt, dann von Lanchester[2]) im zweiten Bande seiner Aerodynamik neuerdings in Angriff ge-

1) Joukowsky, Mosk. math. Sammlung **16**, 29, 1891; Enzykl. d. math. Wiss. IV, 17: Finsterwalder, Aerodynamik, S. 182.

2) Lanchester, Aerodynamik, II. Band, S. 28.

nommen; dieser Autor hat dazu zahlreiche numerische Beispiele ausgerechnet und auch die graphische Lösung der Aufgabe zu geben versucht.

Das Problem, die Bewegung eines dem Aerodon entsprechenden Körpers in einer Flüssigkeit zu untersuchen, ist natürlich ein vollkommen analoges. In der Tat können alle Resultate aus der Phygoidentheorie übertragen werden, sobald experimentell festgestellt wurde, daß die Annahmen über das Widerstandsgesetz für Luft und Flüssigkeit im Prinzip übereinstimmen. Die Stabilität erfordert zunächst, daß der Schwerpunkt des Flugmodells mit dem Angriffspunkt des gesamten Druckes zusammenfällt, denn dann fehlt das störende Drehmoment, welches ein Umkippen des Körpers herbeiführen könnte. Im nachfolgenden bezeichnet:

m = Masse des Körpers, g = Beschleunigung der Schwere, φ = Neigungswinkel der Tangente gegen den Horizont, D = Druck des Mediums auf den fliegenden Körper, bezogen auf die Masseneinheit, v = Bahngeschwindigkeit, ϱ = Krümmungsradius der Bahnkurve. Die Bewegungsgleichungen lauten dann

$$\frac{dv}{dt} = -g \sin\varphi , \qquad (1)$$

$$\frac{v^2}{\varrho} = D - g\cos\varphi . \qquad (2)$$

Dabei ist nach Lanchester vorausgesetzt, daß der Druck normal zur Bahnkurve wirke, das Modell also in jeder Lage parallel zur jeweiligen Tangente bleibe. Von einem Widerstande in der Richtung der Tangente kann wegen der Flachheit des Modells abgesehen werden. Lanchester legt der Untersuchung noch ein quadratisches Widerstandsgesetz zugrunde, d. h. es ist $D = kv^2$. Vermöge dieses Gesetzes und unter Zuhilfenahme der Beziehung $\varrho = \frac{ds}{d\varphi}$ erhält man aus den Gleichungen (1) und (2)

$$\cos\varphi = \frac{c}{gv} + k\frac{v^2}{3} \qquad (3)$$

und

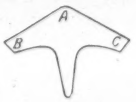
$$\varrho = \frac{v^2}{kv^2 - g\cos\varphi} . \qquad (4)$$

c ist eine Integrationskonstante, und der Proportionalitätsfaktor k bestimmt sich aus der kritischen Geschwindigkeit. Je nachdem ob $c \gtrless 0$ erhält man bekanntlich Wellenlinien, Kreise oder verschlungene Kurven, die sogenannten Tümmlerkurven. c selbst ist durch die Anfangsbedingungen völlig fixiert.

Es möge erwähnt werden, daß zur graphischen Darstellung der Phygoide außer dem Verfahren von Lanchester auch die Differenzenmethode von Poncelet[1]), welche derselbe für das ballistische Problem aufstellte, mit Vorteil benutzt werden kann. Zu diesem Zwecke konstruiere man sukzessive den Hodographen, entnehme aus demselben die Werte für die jeweilige Geschwindigkeit und berechne aus dieser nach Formel (4) den zugehörigen Krümmungsradius; die Bahn kann dann aus lauter aneinandergereihten Kreisbögen dargestellt werden.

Um zu erproben, ob die hier angedeutete Theorie für die Bewegung eines Flugmodells auch in Wasser gilt, wurden folgende Beobachtungen angestellt.

Aus einem dünnen Blech wurden Figuren in Form der Figur ausgeschnitten, selbe mit



einem Bleistück bei A versehen und die Flügel bei B und C ein wenig aufgebogen. Ein solches Modell wurde dann unter Wasser in vertikaler oder in horizontaler Lage durch eine einfache Aufhängevorrichtung schwebend erhalten. Wird das Modell ohne Anfangsgeschwindigkeit mit dem Kopfe A nach abwärts freigegeben, so zeigt sich deutlich, daß die Bahn kreisförmig ist; wurde dem Modell eine positive Geschwindigkeit erteilt, so beschreibt der Körper Wellenzüge, so wie es die vorher entwickelte Theorie verlangt. Aus der kreisförmigen Bahn muß aber auf ein quadratisches Widerstandsgesetz geschlossen werden. Denn für ϱ ergibt sich ganz allgemein der Ausdruck

$$\varrho = \frac{v^2}{D - g\cos\varphi} ,$$

und da für den Fall der Kreisbahn

$$\cos\varphi = k\frac{v^2}{3} ,$$

so kann ϱ nur dann konstant sein, wenn D proportional v^2, weil dann v^2 sich im Zähler und Nenner forthebt. Der Vorteil dieser einfachen Versuchsanordnung liegt darin, daß die Phygoide hier leicht mit Hilfe eines Projektionsapparates demonstriert werden kann. Wird die Stabilität des Modells durch Verbiegen ein wenig verringert, so bemerkt man deutlich das Auftreten folgender Erscheinung: Das Modell beschreibt eine Bahn, die scheinbar aus Wellenzügen besteht, indes sind diese Kurven völlig

1) Poncelet, Leçons de mécanique industrielle **2**, 55, 1828; Enzykl. d. math. Wiss. IV, 18: Cranz, Ballistik, S. 208; Hamel, Elementare Mechanik 1912, S. 114.

verschieden von den früher geschilderten; sie folgen schnell aufeinander, und bei der geringsten äußeren Erschütterung hört die regelmäßige Bewegung überhaupt auf, da der Vorgang instabil wird. Auf diese Erscheinung hat bereits Lanchester[1]) hingewiesen, doch ist selbe bei Modellen in Luft weniger leicht zu beobachten.

1) Lanchester, Aerodynamik, II. Band, S. 80.

(Eingegangen 24. Januar 1913.)

Bemerkungen über den Energieinhalt einatomiger Gase und über die Quantentheorie für Flüssigkeiten.

Von H. Tetrode.

Nernst hat die Vermutung ausgesprochen, daß auch die Gase, ebenso wie die festen Stoffe, für den absoluten Nullpunkt die spezifische Wärme Null haben würden. Wenn dies wirklich zutrifft und sich für den Temperaturverlauf der spezifischen Wärme eine rationelle Formel aufstellen läßt, so wird man auf die Gase das Wärmetheorem genau so wie auf kondensierte Systeme anwenden können, und man braucht eine „chemische Konstante" nicht besonders einzuführen; denn die Entropie des Grammols S ergibt sich $= \int_0^T \frac{C_p}{T} dT$, wenn C_p die Molekularwärme bei konstantem Druck bedeutet. Man müßte sich zwar eigentlich, um das Integral $\int_0^T \frac{C_p}{T} dT$ bilden zu können, das Gas bis zum absoluten Nullpunkt herab abgekühlt denken, wo dasselbe nicht in einem endlichen Volumen in stabilem Zustande existenzfähig ist; aber es scheint nichts im Wege zu stehen, das Gas als übersättigten Dampf der Betrachtung zu unterwerfen, also in metastabilem Zustande. Die Annahme der Zulässigkeit dieses Verfahrens bildet zwar eine neue Hypothese, aber eine solche, wie sie sich schon öfters in der Thermodynamik bewährt hat; man verfährt z. B. auf ähnliche Weise, wenn man den Dampfdruck einer Flüssigkeit nach Maxwell aus der Zustandsgleichung bestimmt. Den Einfluß aber, den das Abweichen eines solchen Dampfes von den idealen Gasgesetzen auf das Integral $\int_0^T \frac{C_p}{T} dT$ haben würde, wird man dadurch beliebig klein machen können, daß man das Volumen, welches das Gas bei der Temperatur T einnehmen soll, so groß wählt, daß das Gas erst bei einer sehr tiefen Temperatur den Sättigungsdruck erreicht bzw. übersteigt. Dann wird man den Einfluß der Abweichungen vom idealen Gaszustande unter gewissen Voraussetzungen beliebig klein machen können. Eine neue Hypothese bleibt in dem Verfahren aber enthalten, zumal das Volumen für $T = 0$ bei endlichem Druck nach den Gasgesetzen verschwinden mußte, was wegen der endlichen Größe der Moleküle sicher nicht möglich ist.

In einer kürzlich erschienenen Arbeit[1]) hat P. Debye gezeigt, wie sich die Schwierigkeit spezieller molekularkinetischer Betrachtungen für feste Körper umgehen läßt und wie man so zu Formeln für die spezifischen Wärmen gelangen kann, welche der Erfahrung recht gut entsprechen.

Eine ähnliche Methode wollen wir auf Gase und Flüssigkeiten übertragen. Die Debyeschen Betrachtungen sind im Original nachzulesen. Zu der wichtigen Formel (74)[2]) möchte ich nur noch bemerken, daß sich dieselbe auch in der Form schreiben läßt:

$$Z = \frac{4\pi}{3} V r_m^3 \left(\frac{2}{\gamma_1^3} + \frac{1}{\gamma_2^3} \right), \qquad (1)$$

wo γ_1 bzw. γ_2 die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der transversalen bzw. longitudinalen Wellen sind. Letztere können keine verschiedenen Polarisationszustände haben, erstere aber zwei unabhängige, was den Faktor 2 bedingt. Diese Andeutung muß hier genügen; die Gleichung läßt sich übrigens auf viel einfacherem Wege herleiten, als es Debye getan hat, indem man nicht eine Kugel, sondern einen Würfel der Betrachtung unterwirft. Die Rechnungen werden dann den aus der Strahlungstheorie bekannten[3]) analog, welche für einen, von vollkommen spiegelnden Wänden eingeschlossenen Hohlraum gelten.

Die Anwendung der Debyeschen Methode auf Gase und Flüssigkeiten ist zunächst als viel weniger sicher zu betrachten als die auf feste Stoffe. Ich muß ausdrücklich betonen, daß es durchaus nicht als ausgeschlossen zu betrachten ist, daß die unten entwickelten Formeln die wirklichen Erscheinungen nur qualitativ darstellen; insbesondere scheint es mir nicht unwahrscheinlich, daß sie bei gewöhnlicher Temperatur zu hohe, bei sehr tiefer Temperatur dagegen zu niedrige Quantenabweichungen von den klassischen Gesetzen ergeben.

Wir wollen also die in einem begrenzten Flüssigkeitsvolumen nach der Hydrodynamik

1) P. Debye, Ann. d. Phys. **39**, 789, 1912.
2) P. Debye, l. c.
3) Vgl. z. B. M. Planck, Wärmestrahlung, 2. Aufl., § 169.

möglichen Bewegungen in Sinusschwingungen zerlegen und die oberhalb einer gewissen maximalen Schwingungszahl ν_m gelegenen Schwingungen außer acht lassen, den anderen aber je

$$\frac{\frac{1}{2}h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}$$

an kinetischer Energie zuschreiben. Letzteres scheint in der Tat die nächstliegende Verallgemeinerung der Planck-Einsteinschen Formel für den Fall zu sein, daß keine wahre potentielle Energie auftritt.

Es ist klar, daß wir die Amplitude der von einer Grundschwingung herrührenden Flüssigkeitsgeschwindigkeit als unendlich klein gegenüber der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles anzunehmen haben: letztere kann nämlich nicht von kleinerer Größenordnung sein als die Geschwindigkeit der Moleküle im warmen Körper, und im hydrodynamischen Modell entfällt die gleiche Energie, die im warmen Körper auf die Masse eines Moleküls kommt, auf eine mit der ganzen Masse des Körpers stattfindende Schwingung; da weiter die verschiedenen Schwingungen gänzlich unabhängig voneinander sind, so folgt in der Tat, daß man die Geschwindigkeit als unendlich klein annehmen kann, so daß ihre Komponenten u, v, w je der Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \gamma^2 \triangle u \qquad (2)$$

genügen. γ^2 ist das Quadrat der Schallgeschwindigkeit = dem Differentialquotienten des Drucks nach der Dichte $= \frac{dp}{d\varrho}$, wo die Differentiation adiabatisch auszuführen ist, da sonst die Bewegung unseres Modells irreversibel wäre, was nicht sein darf.

Die Tatsache, daß wir die Geschwindigkeit als unendlich klein und als periodisch mit der Zeit annehmen, bewirkt, daß die Flüssigkeitsteilchen in unserem Modell durchschnittlich nicht von ihrem Platz kommen. Dies steht zwar im Gegensatz zu der Molekularbewegung in realen Flüssigkeiten und Gasen, aber es scheint mir, daß der Unterschied keine allzu erheblichen Diskrepanzen hervorrufen wird. Kann man doch sogar in den Gasen die Bewegungen der Moleküle als durchaus nicht voneinander unabhängig ansehen, indem diese durch ihre im allgemeinen recht kleine mittlere Weglänge in fortwährendem Energieaustausch miteinander stehen. Die hier versuchte Theorie ist übrigens, wie schon betont, nur eine vorläufige, welche mangels anderer Methoden einen qualitativen Überblick zu verschaffen sucht über diejenigen Erscheinungen, welche der Quantentheorie zufolge in Gasen und Flüssigkeiten auftreten müssen.

Was nun noch die Grenzbedingungen anbelangt, hier haben wir zunächst die Wahl zwischen zwei Möglichkeiten. Um den Energieaustausch mit der Umgebung auszuschließen, werden wir die, das Flüssigkeitsvolumen begrenzenden Wände als ruhend voraussetzen. Die zur Wand senkrechte Komponente der Geschwindigkeit muß dann an derselben verschwinden, während die parallele Komponente es nicht zu tun braucht, da eine Flüssigkeit nicht, wie wir es uns beim festen Körper vorstellen können, fest mit der Wand verbunden ist.

Wir könnten nun erstens Wirbelbewegung zulassen; dann würde aber unser Problem gar nicht durch bestimmte Eigenschwingungen gelöst werden, falls wir nicht die Bedingung einführten, daß die Flüssigkeit an der Wand gänzlich ruht.

Zweitens können wir die Bewegung als wirbelfrei voraussetzen, es existiert dann ein Geschwindigkeitspotential und wir haben die der Wand parallele Geschwindigkeitskomponente daselbst nicht allgemein gleich Null zu setzen.

Ich habe die zweite Alternative gewählt. In der Tat ist gar nicht einzusehen, welchen Vorgängen im realen warmen Körper eine Wirbelbewegung der hydrodynamischen Flüssigkeit entsprechen sollte und die Annahme, daß an der Wand die tangentiale Geschwindigkeit = o wäre, würde übrigens eine gänzlich künstliche sein.

Wir werden uns auf solche Moleküle beschränken, die keine andere spezifische Wärme zeigen als die, welche von der fortschreitenden Bewegung herrührt, welche sich also in thermodynamischer Hinsicht einatomig verhalten. Es ist jetzt wohl als sichergestellt zu betrachten[1]), daß dies bei hinreichend tiefer Temperatur für alle Gasmoleküle der Fall ist.

Die Anzahl der mit einer maximalen Schwingungszahl ν_m möglichen Schwingungen in einem Volumen V ist nun

$$= \frac{4\pi}{3} \cdot V \cdot \nu_m^3 \cdot \frac{1}{\gamma^3} = 3N, \qquad (3)$$

wo N gleich der Anzahl der im Volumen V vorhandenen Moleküle zu setzen ist.

Der Beweis dieser Formel ist sehr einfach, man braucht nur zu berücksichtigen, daß aus der für feste Körper geltenden Formel das auf die transversalen Wellen bezügliche Glied wegfällt.

Um die Methode zunächst auf ideale Gase anzuwenden, haben wir die Gasgleichung $pV = RT$ zu ersetzen durch $pV = \frac{2}{3}U$, wo U die Energie

1) Siehe A. Eucken, Sitz.-Ber. Berl., 1. Febr. 1912.

der fortschreitenden Molekularbewegung bedeutet. Letztere Gleichung folgt allgemein aus der kinetischen Gastheorie und ist allgemeiner als erstere, weil sie die Abhängigkeit des Energieinhalts von der thermodynamischen Temperatur ganz offen läßt. Da es hier keine andere als die kinetische Energie gibt, so ist [vgl. Formel (6) bei Debye und die obigen Formeln (2) und (3)]

$$U = \frac{9N}{2\nu_m^3} \int_0^{\nu_m} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \cdot \nu^2 \, d\nu, \qquad (4)$$

wo

$$\nu_m^3 = \frac{9N}{4\pi V} \cdot \left(\frac{dp}{d\varrho}\right)^{3/2}.$$

Für adiabatische Vorgänge ist, falls die auf die Masseneinheit bezogenen Größen durch kleine Buchstaben ungedeutet werden:

$$0 = du + p\,dv = \frac{3}{2} d(pv) + p\,dv =$$

$$= \frac{5}{2} p\,dv + \frac{3}{2} v\,dp.$$

$$\frac{dp}{d\varrho} = -v^2 \frac{dp}{dv} = \frac{5}{3} pv = \frac{10}{9} u = \frac{10}{9} \cdot \frac{U}{mN},$$

wo m die Molekülmasse ist.

Also:

$$\nu_m = \left(\frac{9N}{4\pi V}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{10U}{9mN}\right)^{\frac{1}{2}}. \qquad (5)$$

Durch die Gleichungen (4) und (5) sind die thermodynamischen Eigenschaften des Gases vollständig bestimmt.

Nach dem Wärmetheorem ist die Entropie gegeben durch

$$S = \int_0^T \frac{dU + p\,dV}{T}. \qquad (6)$$

Um die Integration in einfacher Weise ausführen zu können, ist ν_m während derselben konstant zu setzen.

Dann ist nach (5)

$$\frac{1}{2} \frac{dU}{U} = \frac{1}{3} \frac{dV}{V},$$

also

$$p\,dV = dU,$$

daher nach (6) und (4):

$$S = \int_0^T \frac{2\,dU}{T} = \frac{9N}{\nu_m^3} \int_0^T \frac{1}{T} \frac{d}{dT} \int_0^{\nu_m} \frac{h\nu^3 \, d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} =$$

$$= \frac{9N}{\nu_m^3} \int_0^{\nu_m} \left\{ \frac{h\nu}{T\left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right)} - k \ln\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right) \right\} \nu^2 \, d\nu.$$

Für hohe T geht dies über in

$$S = \frac{9kN}{\nu_m^3} \int_0^{\nu_m} \{\ln(kT) + 1 - \ln h - \ln \nu\} \nu^2 \, d\nu =$$

$$= 3kN \left\{ \ln(kT) + 1 - \ln h - \ln \nu_m + \frac{1}{3} \right\},$$

und nach (5), da jetzt $U = \frac{3}{2} kNT$ ist,

$$S = kN \left\{ \frac{3}{2} \ln(kT) + \ln \frac{V}{N} + \frac{3}{2} \ln m - \right.$$

$$\left. - 3 \ln h + 4 + \ln \frac{4\pi}{9} - \frac{3}{2} \ln \frac{5}{3} \right\}.$$

Dies stimmt bis auf eine Zahlenkonstante überein mit den von O. Sackur[1]) und mir[2]) auf ganz anderem Wege hergeleiteten Formeln.

Für sehr tiefe Temperaturen findet man:

$$U = \text{const}\, T^{5/2} \cdot V^{-1} = \text{const}\, T^{5/2} \cdot p^{-\frac{2}{3}},$$

$$p^5 V^3 = \text{const}\, T^8,$$

$$C_v = \text{const}\, T^{3/2} V^{\frac{2}{3}},$$

$$C_p = \text{const}\, T^{3/2} p^{-\frac{2}{3}},$$

$$S = \text{const}\, T^{3/2} V^{-1/2} = \text{const}\, T^{3/2} p^{-\frac{2}{3}}.$$

(C_v bezeichnet die Molekularwärme bei konstantem Volumen.)

Die Konstanten sind noch von dem Molekulargewicht des Gases abhängig.

Obige Gleichungen würden also das Verhalten eines bei tiefster Temperatur entarteten idealen Gases darstellen.

Es erscheint nicht ausgeschlossen, daß bei den Elektronen in metallischen Leitern mit ihrer kleinen Masse die oben untersuchten Quantenabweichungen bei tiefer Temperatur auftreten sollten. Jedoch können die Leitungselektronen einem idealen Gase nicht vollkommen analog sein.

Endlich kann man für nichtideale Gase und für Flüssigkeiten versuchsweise die Zustandsgleichung aufstellen:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = \frac{3N}{\nu_m^3} \int_0^{\nu_m} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \cdot \nu^2 \, d\nu,$$

1) O. Sackur, Nernst-Festschrift, S. 409; Ann. d. Phys. **40**, 78, 1913.

2) H. Tetrode, Ann. d. Phys. **38**, 434 und **39**, 255, 1912.

wo v_∞ sich indessen im allgemeinen nicht einfach ausdrücken läßt.

Nach den gegebenen Formeln sollten sich die Quanteneffekte bei höheren Drucken schon bei Zimmertemperatur bemerkbar machen und sich den van der Waalsschen Korrektionen superponieren. Es ist jedoch nochmals auf das Vorläufige unserer Ausführungen hinzuweisen.

(Eingegangen 22. Januar 1913.)

Über die „chemisch-aktive Modifikation" des Stickstoffs.

(Erwiderung.)

Von R. J. Strutt.

Unter obigem Titel erschien im Jahrgang **14**, S. 74 dieser Zeitschrift ein Artikel von F. Comte. Er beschreibt darin Versuche, die nach seiner Meinung beweisen, daß die von mir angegebenen Erscheinungen nicht mit vollkommen sauerstofffreiem Stickstoff erhalten worden sind. Ich kann dieser Ansicht nicht beistimmen und will meine Gründe hierfür darlegen.

Comte führt meine früheren Versuche an, bei denen der Stickstoff einer Bombe entnommen und zur Reinigung von restlichem Sauerstoff über Phosphor geleitet wurde. Er vermutet, daß die Reaktion nicht schnell genug vor sich geht, um unter solchen Umständen vollkommene Reinigung zu gewährleisten. Ob dies der Fall ist oder nicht, hängt sehr von der Oberflächenreinheit des Phosphors ab. In den neueren Versuchen habe ich diese Methode aufgegeben. Ich benutze zurzeit ein Gasometer, das aus zwei großen gläsernen Aspiratorflaschen, jede von 15 Liter Inhalt, besteht. In einer von ihnen hängt ein Musselinsack mit gestoßenem Phosphor. Diese Flasche wird aus einer Bombe mit Stickstoff gefüllt, indem derselbe das zuerst darin enthaltene Wasser verdrängt. Es bildet sich sofort ein Nebel wegen des vorhandenen Sauerstoffrestes, aber nach einigen Stunden senkt er sich und das Gas bleibt nun ganz klar. Stickstoff, der mit Phosphor keinen Nebel bildet, ist, wie Comte bemerkt, sehr sauerstofffrei. Durch besondere Versuche stellte ich fest, daß der Zusatz von $^1/_{100\,000}$ Teil Sauerstoff schon genügt, um diese Eigenschaft wieder deutlich wahrnehmbar herzustellen. Mit getrocknetem Stickstoff, der auf diese Weise gereinigt war, erhielt ich regelmäßig das schönste Nachleuchten, wobei der Schein ein Gefäß von 2 Liter Inhalt erfüllte.

Ich ließ auch Stickstoff aus diesem Gasometer (nachdem er mehrere Stunden über Phosphor gestanden hatte) durch eine 80 cm lange, mit rotglühender Kupfergaze gefüllte Röhre streichen, bevor er zur Entladungsröhre gelangte, was absolut keinen Einfluß auf mein Bandenspektrum hatte.

Das Leuchten wurde aber entschieden verstärkt, wenn das Gas durch eine mit Gaze gestopfte und mit flüssiger Luft gekühlte Röhre geleitet wurde. Dadurch werden kondensierbare Verunreinigungen beseitigt, die einen störenden Einfluß haben. Aus was sie bestehen, kann ich vorläufig noch nicht angeben.

Alle meine Versuche (und ich habe im Verlaufe einer zweijährigen ständigen Arbeit sehr zahlreiche gemacht) weisen einer wie der andere darauf hin, daß die Erscheinung um so besser wird, je freier der Stickstoff von Sauerstoff ist. Es ist natürlich schwer zu beurteilen, warum ein anderer Forscher zu einem anderen Resultate gekommen ist, wenn man seine Versuche nicht gesehen hat. Im allgemeinen möchte ich jedoch bemerken, daß man sehr leicht Stickstoff erhält, der zwar ganz frei von Sauerstoff ist, der aber wegen Vorhandensein anderer, möglicherweise durch den Prozeß der Sauerstoffentfernung hereingebrachter Verunreinigungen kein Leuchten ergibt.

Imperial College of Science, London, 29. Jan.

(Aus dem Englischen übersetzt von Hilde Barkhausen.)

(Eingegangen 8. Februar 1913.)

BESPRECHUNGEN.

C. Engler, Die Chemie und Physik des Erdöls. Unter Mitwirkung von Dr. J. Berlinerblau, Prof. Dr. W. Ebstein, Dipl.-Ing. N. Hviid, Dr. H. Köhler u. Prof. L. Ubbelohde. Lex. 8°. XIV u. 593 S. mit 45 Abbildungen. (Das Erdöl, seine Physik, Chemie, Geologie, Technologie und sein Wirtschaftsbetrieb in 5 Bänden von Engler u. Höfer. I. Band, 1. Abteilung.) Leipzig, S. Hirzel. 1912. M. 28.—

Von diesem umfangreichen Werke, in dem zum ersten Male alle unsere Kenntnisse von diesem wichtigen Naturprodukt in erschöpfender Weise zusammengefaßt werden, liegt vom ersten Bande bisher nur die erste Abteilung im Druck vor. Es kann daher noch keine kritische Besprechung gegeben werden, wozu sich der Referent auch nicht befähigt fühlen würde, sondern es soll hier nur auf das Erscheinen dieses Werkes aufmerksam gemacht werden. Der Herausgeber dieser Monographie, die zugleich ein Hand- und Lehrbuch ist, beschäftigt sich nun bald seit einem Vierteljahrhundert mit Unter-

suchungen über die Chemie des Petroleums und seine Bildung und gilt heute als die erste Autorität auf diesem Gebiete. Zur Behandlung der physikalischen Eigenschaften des Erdöls hat er einen gleichfalls hervorragenden Spezialisten, Prof. Ubbelohde, zugezogen. Der 1. Teil des vorliegenden Bandes (S. 1—37), das Bitumen betitelt, enthält eine Zusammenstellung und Systematik der mit Bitumen bezeichneten organogenen, fossilen Stoffe. In Teil 2 (S. 38—219) sind die physikalischen Eigenschaften des Erdöls beschrieben, nämlich Löslichkeit und Emulgierbarkeit, Färbung, Fluoreszenz, Zähigkeit, spezifisches Gewicht, Ausdehnungskoeffizient, Lichtbrechung, Kapillarität, Adsorption, spezifische Wärme, Destillations- und Verdampfungswärme, Verbrennungswärme, Explosionsfähigkeit und optische Aktivität. Es sind hierbei stets die Methoden zur Bestimmung dieser physikalischen Konstanten angegeben und, soweit es wünschenswert schien, auch theoretische Ableitung in allgemeiner Form, z. B. über die Reibung geschmierter Maschinenteile, über Kolloide, über fraktionierte Destillation hinzugefügt. Von Teil 3, Chemie des Erdöls, sind bisher nur die ersten Kapitel (S. 220—593) erschienen. Sie behandeln die Elementarzusammensetzung, die einzelnen Bestandteile des Petroleums, sein Verhalten gegen chemische Agenzien und beim Erhitzen. Hiervon ist das 2. Kapitel (Bestandteile) das bei weitem umfangreichste und wichtigste. In dieses ist auch ein Abschnitt über die Bildung der Kohlenwasserstoffgemische eingeflochten. Er behandelt die Englersche Theorie der Entstehung des Petroleums aus den Fettresten untergegangener Lebewesen, die von Jahr zu Jahr mehr Anerkennung findet.

Riesenfeld.

S. Smith, Sören Hjorth, inventor of the Dynamo-Electric Principle. Published by Elektroteknisk Forening at the Expense of the Carlsberg Foundation. Kopenhagen, J. Jörgensen & Co. 1912.

In der vorliegenden Broschüre nimmt der Verfasser für seinen Landsmann Sören Hjorth die Priorität der Entdeckung des dynamoelektrischen Prinzips in Anspruch, die bisher allgemein Werner Siemens zugeschrieben worden ist. Sören Hjorth, der im Jahre 1801 geboren wurde und 1870 gestorben ist, hat nach der in dem Buche mitgeteilten Lebensbeschreibung ein recht bewegtes Dasein geführt. Er war zuerst Rechtsanwalt, nahm dann eine Stellung im dänischen Schatzamt an, beschäftigte sich nebenbei mit mechanischen Problemen, konstruierte eine Dreschmaschine, eine Dampfmaschine und einen Dampfkraftwagen. 1839 machte er eine Reise nach England, Frankreich und Belgien, auf welcher besonders Lokomotiven den Gegenstand seines Studiums bildeten; 1840 sehen wir ihn als Betriebsleiter einer Pianofortefabrik, und gleichzeitig mit weitreichenden Eisenbahnplänen beschäftigt. 1844 wurde er Direktor einer Eisenbahngesellschaft. Bei einem so beweglichen Geiste wird es nicht wundernehmen, daß er sich durch die geheimnisvollen Naturkräfte der Elektrizität und des Magnetismus mächtig angezogen fühlte; besonders wenn man bedenkt, daß die gebildete Welt zu jener Zeit noch frisch unter dem Eindrucke der glänzenden Entdeckungen von Faraday, Örsted u. a. stand. Hjorth versuchte sich, wie viele andere, ebenfalls mit der Konstruktion von Elektromotoren und magnetelektrischen Maschinen. Unter der großen Zahl seiner Entwürfe finden sich auch einige, bei denen der von der Maschine gelieferte Strom dazu verwendet wird, den Magnetismus der permanenten Magnete zu verstärken. Man kann, wenn man will, hierin eine bewußte Anwendung des dynamoelektrischen Prinzips erblicken. Zu irgendwelchen praktischen Erfolgen haben seine Entwürfe nicht geführt, trotzdem er sich sowohl in seinem Vaterlande als auch in England und Frankreich bis an sein Lebensende um ihre Verwertung bemüht hat. Der Mißerfolg mag zum Teile daran liegen, daß er in dem Irrtume befangen war, in seiner Maschine ein Perpetuum mobile gefunden zu haben, und daß er an diesem Irrtume hartnäckig festgehalten hat. Die Frage, ob ihm vor Werner Siemens die Priorität der Entdeckung des dynamoelektrischen Prinzips gebührt, kann wohl nur durch eingehende und unparteiische Prüfung der von ihm hinterlassenen Schriften, Zeichnungen und Modelle entschieden werden.

K. W. Wagner.

Tagesereignisse.

Ferienkurse Jena. Vom 4.—16. Aug. 1913. (Für Damen und Herren.) Es werden im ganzen mehr als 50 verschiedene Kurse gehalten, meist zwölfstündige, von denen für unsere Leser die nachstehenden von besonderem Interesse sind: Pauli, Elektrische Strahlungserscheinungen, Radioaktivität und Konstitution der Materie. — Kappen, Grundzüge der Chemie und Darlegung der wichtigsten chemischen Vorgänge in der Natur. — Knopf, Populäre Astronomie; Zeit- und Ortsbestimmung mit praktischen Übungen. — Siedentopf, Kinematographische Projektionen mikroskopischer Objekte.

Ausführliche Programme sind kostenfrei durch das Sekretariat der Ferienkurse (Jena, Gartenstraße 4) zu haben.

Personalien.

(**Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.**)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Berlin Dr. E. Jacobsthal für reine Mathematik, an der Königl. Bergakademie Freiberg i. S. Dr. P. Ludewig für reine und angewandte Physik, an der Bergakademie in Clausthal Dr. Julius Wallot (bisher Privatdozent an der Technischen Hochschule Stuttgart) für Physik.

Ernannt: Der ord. Professor für Mathematik an der Universität Greifswald Dr. Friedrich Engel in gleicher Eigenschaft an die Universität Gießen.

Verliehen: Dem Privatdozenten an der Technischen Hochschule Berlin Oberingenieur Dr. Gustav Benischke und dem ständigen Assistenten am photochemischen Laboratorium derselben Hochschule Otto Mente der Titel Professor.

Gestorben: Der ord. Professor der Experimentalphysik an der Technischen Hochschule München Geh. Hofrat Dr. Hermann Ebert, der ord. Professor der darstellenden Geometrie im Ruhestand an der Böhmischen Technischen Hochschule Prag František Tilšer, der ord. Professor der Chemie am Michigan College of Mines in Houghton Georg Aug. Koenig (am 14. Januar), der Regierungsrat Professor für Agrikulturchemie der k. k. landwirtschaftlich-chemischen Versuchsstation in Wien Johann Wolfbauer.

Angebote.

An der **Fachschule für Feinmechanik** zu **Göttingen** ist zum 1. April 1913 die neu errichtete Stelle eines weiteren

Werkmeisters

zu besetzen. Jahresgehalt M. 2700.— Bei vollständig zufriedenstellenden Leistungen später feste pensionsberechtigte Anstellung. Tüchtige, besonders im Bau von Vermessungs- und astronomischen Instrumenten erfahrene **Präzisions**-Mechaniker mit guter Fach- und Allgemeinbildung werden aufgefordert, ihre Bewerbung mit Lebenslauf und Zeugnisabschriften **umgehend** an die Direktion der Fachschule für Feinmechanik zu Göttingen, Ritterplan 6, einzureichen. Winkler.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

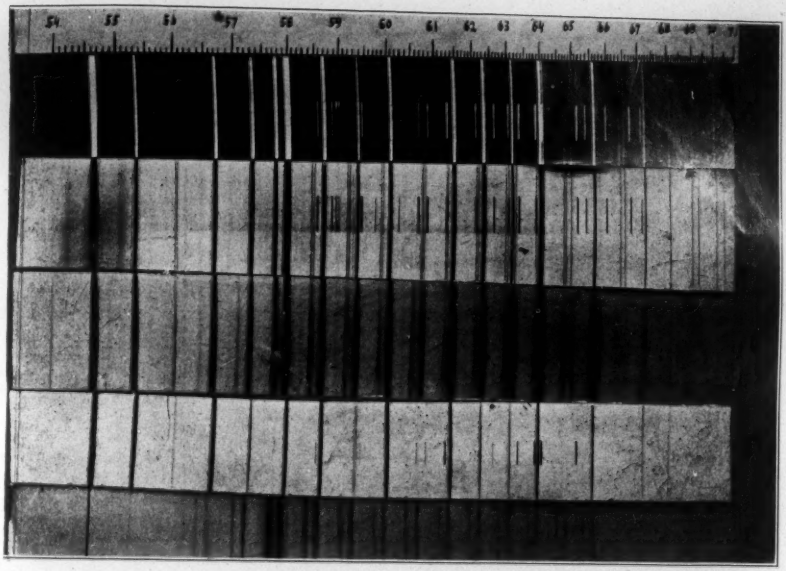


Fig. 1.

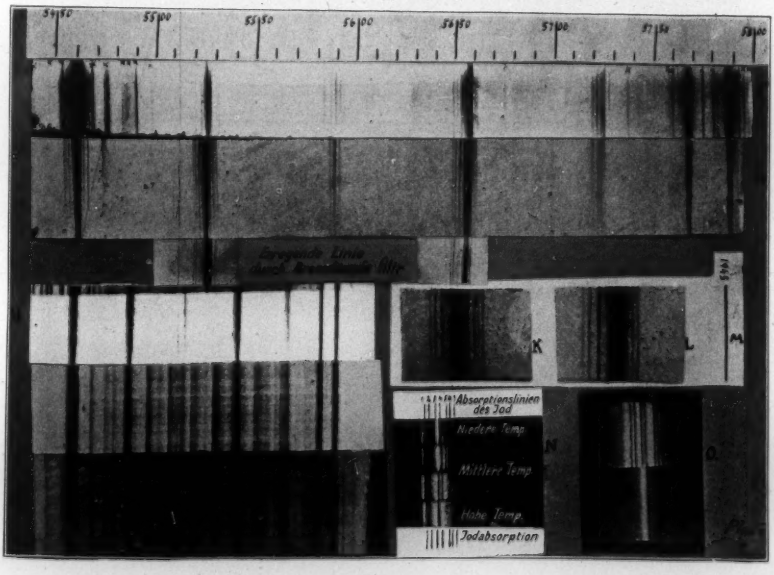


Fig. 2.

R. W. Wood, Resonanzspektra von Joddampf bei vielfacher Erregung. Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

OBERLIN
COLLEGE
LIBRARY

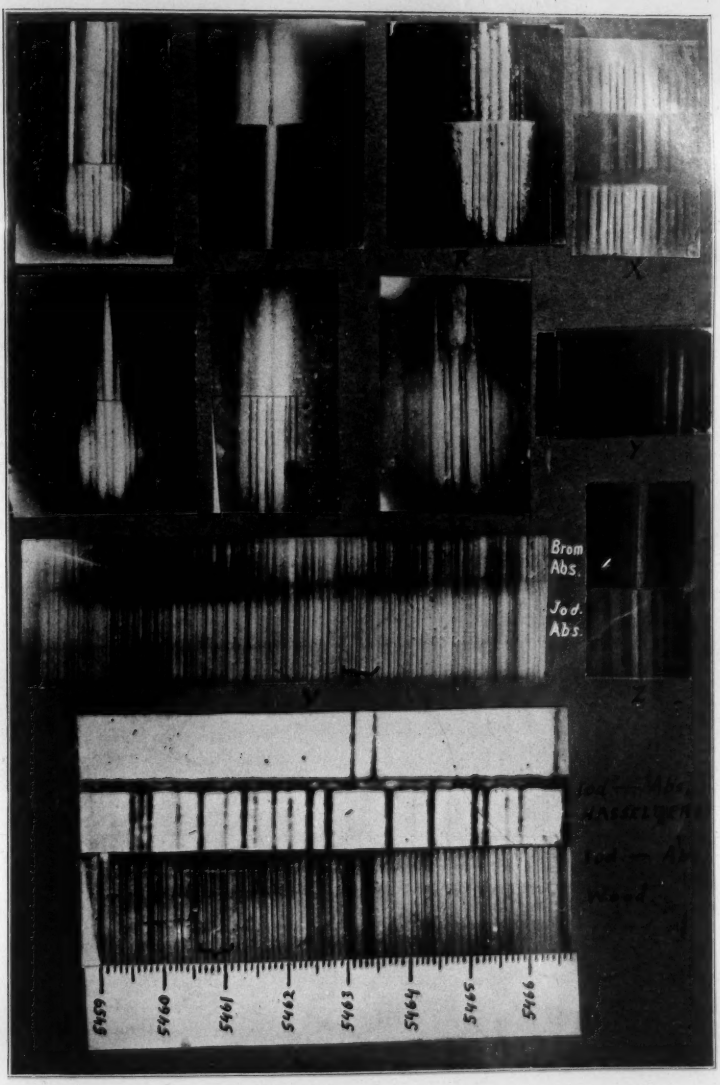


Fig. 3.

R. W. Wood, Resonanzspektra von Joddampf bei vielfacher Erregung. Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

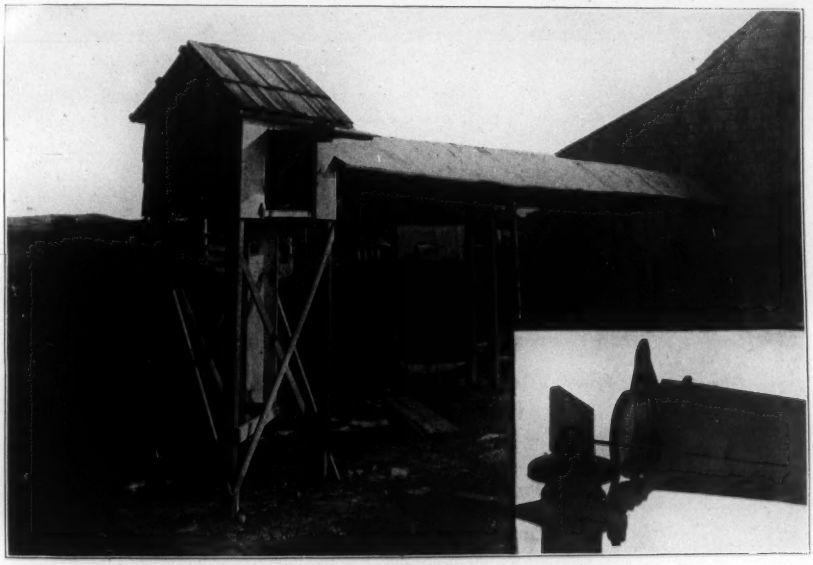


Fig. 4.

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

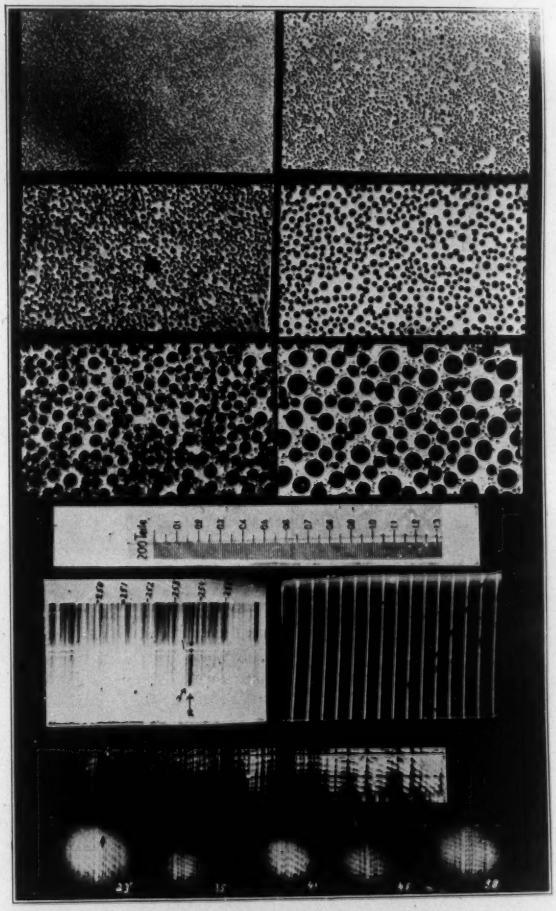
Fig. 7.

Fig. 9.

Fig. 8.

Fig. 10.

Fig. 11.



R. W. Wood, Fig. 1–8: Resonanzversuche mit den längsten Wärmewellen. Fig. 9–11: Die selektive Dispersion des Quecksilberdampfes bei der Absorptionslinie 2536.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

OBERLIN
COLLEGE
LIBRARY

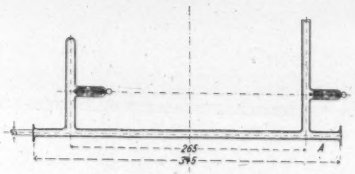


Fig. 1.

Fig. 6.

Fig. 3.

Fig. 5.

Fig. 7.